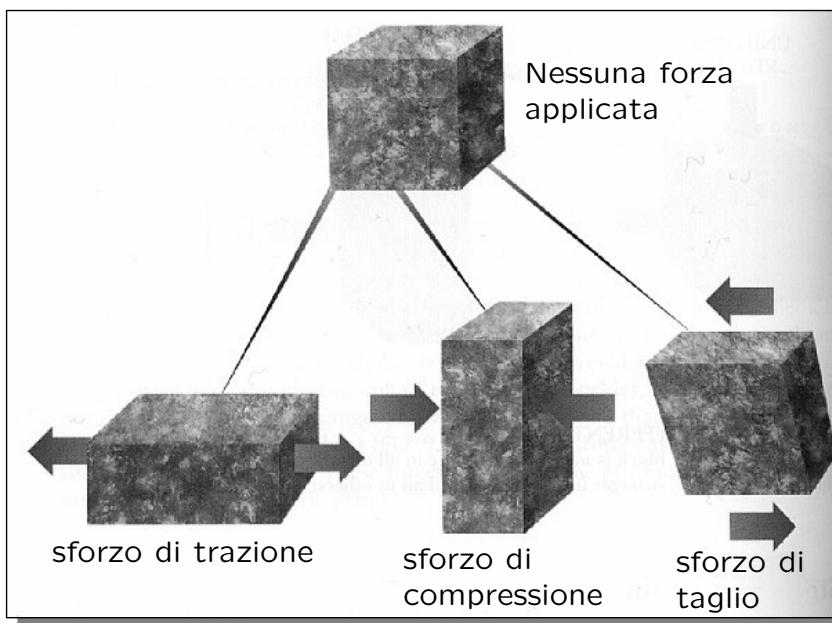


# Sensori di deformazione (e forza)



**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

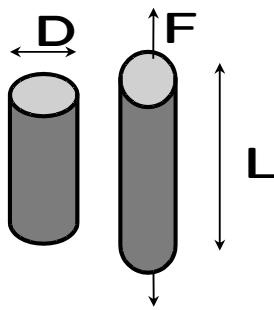
## Sforzo e deformazione



- **Sforzo (*stress*)**
  - Si ha uno sforzo ogni qualvolta che si applica una forza ad un corpo [ $N/m^2$ ].
- **Deformazione (*strain*)**
  - È il rapporto fra l'incremento di lunghezza di un corpo e la sua lunghezza originale [adimensionale]

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

# Sforzo e deformazione



$$\text{sforzo assiale: } \sigma_a = \frac{F_l}{A}$$

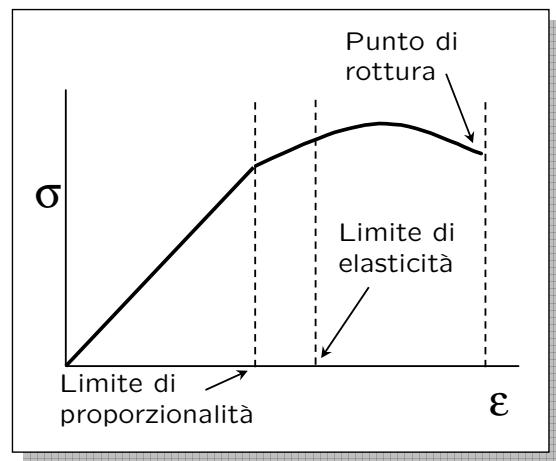
$$\text{deformazione assiale: } \epsilon_a = \frac{\Delta L}{L}$$

$$\text{deformazione trasversale: } \epsilon_t = \frac{\Delta D}{D}$$

$$\text{modulo di Poisson: } \nu = -\frac{\epsilon_t}{\epsilon_a} = -\frac{\Delta D/D}{\Delta L/L}$$

(tipicamente = 0.3)

$$\text{modulo di Young (o di elasticità): } E = \frac{\sigma}{\epsilon}$$



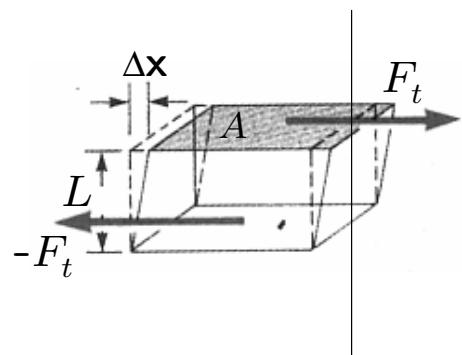
**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Sforzo di taglio

$$\text{sforzo di taglio (shear stress): } \sigma_t = \frac{F_t}{A}$$

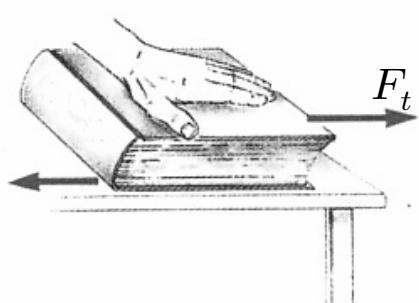
$$\text{scorrimento: } \epsilon_s = \frac{\Delta x}{L}$$

$$\text{modulo di scorrimento: } M_t = \frac{\sigma_t}{\epsilon_s}$$



Materiale	E (N/m <sup>2</sup> )	M <sub>t</sub> (N/m <sup>2</sup> )
Acciaio	$20 \times 10^{10}$	$8.4 \times 10^{10}$
Alluminio	$7.0 \times 10^{10}$	$3.0 \times 10^{10}$
Ferro	$19 \times 10^{10}$	$7.0 \times 10^{10}$
Ottone	$9.1 \times 10^{10}$	$3.6 \times 10^{10}$
Piombo	$1.6 \times 10^{10}$	$0.56 \times 10^{10}$
Rame	$11 \times 10^{10}$	$4.2 \times 10^{10}$
Vetro	$(6.5 \div 7.8) \times 10^{10}$	$(2.6 \div 3.2) \times 10^{10}$
Tungsteno	$35 \times 10^{10}$	$14 \times 10^{10}$

Esempio:



**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

# Trasduttori di deformazione

- Estensimetri (*strain gages o gauges*)
  - Si basano sul principio per cui la resistenza elettrica di un materiale varia con la deformazione
  - Misurano deformazioni locali e in una direzione, oppure in più dimensioni qualora si usino estensimetri a rosetta (*rosette gages*)
  - Sono i sensori di deformazione più utilizzati
- Trasduttori piezoresistivi
  - Utilizzano come elemento deformabile un cristallo di silicio (chip) sul quale si realizzano resistenze estensimetriche mediante tecniche di diffusione.
- Risonatori su silicio
  - Realizzati su silicio, la frequenza di risonanza dipende dalla deformazione trasversale del risonatore
- Trasduttori induttivi (vedi trasformatore diff. lineare, LVDT)

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Estensimetri (*strain gages*)

- Sono conduttori che se sottoposti a trazione elastica modificano la loro resistenza elettrica

$$R(L) = \rho \frac{L}{A}$$

$L$  = lunghezza del conduttore

$A$  = area della sezione trasv.

del conduttore

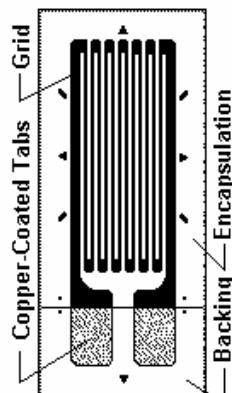
$\rho$  = resistività

– All'aumentare della deformazione,  $L$  cresce, e quindi  $R$  cresce

– All'aumentare della deformazione,  $A$  decresce, e quindi  $R$  cresce

– Per la maggior parte dei materiali, all'aumentare della deformazione  $\rho$  cresce, e quindi  $R$  cresce ulteriormente

CEA-Series Strain Gage



**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**



**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Gage factor

- Gage factor:  $\lambda = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L}$  (indicato anche con GF o F in letteratura)  
Dipende dal materiale con cui è fatto l'estensimetro)

- Proprietà:  $\lambda = \frac{\Delta\rho/\rho}{\epsilon_a} + 1 + 2\nu$  differenziale della funzione  $R(\rho, L, A)$  rispetto a  $(\rho, L, A)$

Infatti:  $\Delta R = \Delta \left( \frac{\rho L}{A} \right) = \frac{L}{A} \Delta \rho + \frac{\rho}{A} \Delta L - \frac{\rho L}{A^2} \Delta A$   
 $A = CD^2$ ,  
 $C = 1$  (quadrato),  $C = \pi/4$  (cerchio)

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta L}{L} - \frac{2\Delta D}{D}$$

$$\lambda = \frac{\Delta R/R}{\Delta L/L} = \frac{\Delta \rho/\rho}{\Delta L/L} + 1 - 2 \frac{\Delta D/D}{\Delta L/L} = \frac{\Delta \rho/\rho}{\epsilon_a} + 1 + 2\nu$$

spesso trascurabile

- Trasduzione:  $\frac{\Delta R}{R} = \lambda \epsilon_a$

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

# Strain gage: Valori tipici

- Per avere alta sensitività, si useranno materiali con gage factor elevato
- Il gage factor di solito è compreso fra 1.6 e 4 (es: 2 per la costantana), ma per alcuni semiconduttori arriva fino a 200
- Se la resistività  $\rho$  non cambia con la deformazione:  $\lambda = 1 + 2\nu$  (per  $\nu=0.3$ ,  $\lambda=1.6$ )
- Resistenza elettrica  $R$ :
  - $120 \div 350 \Omega$
  - $1000 \Omega$  per materiali plastici
- La deformazione assiale  $\epsilon_a$  di solito varia fra  $10^{-6}$  a  $10^{-3}$ , il che vuol dire che per  $R = 240 \Omega$ ,  $\Delta R = \lambda(0.00024 \div 0.24) \Omega$  (molto piccola !)

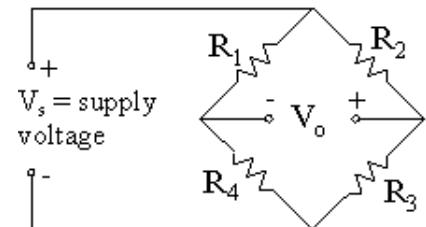
$$\Delta R = \lambda \epsilon_a R$$

$\Delta R$  di solito si misura mediante ponte di Wheatstone

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Ponte di Wheatstone (*Wheatstone Bridge*)

- Circuito costituito da quattro resistori ( $R_1, R_2, R_3, R_4$ ), alimentato da una tensione  $V_s$
- Ipotesi: lo strumento che misura  $V_0$  ha impedenza infinita



- Dalla legge di Ohm:
$$V_0 = V_s \frac{R_3 R_1 - R_4 R_2}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4)}$$

- Il ponte si dice bilanciato se  $V_0=0$ 
  - a. I resistori sono identici:  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$
  - b. Risulta  $R_3 R_1 = R_4 R_2$ , ossia  $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$

In questo caso è facile dimostrare che

$$V_0 \approx V_s \frac{R_1 R_4}{(R_1 + R_4)^2} \left[ \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right]$$

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

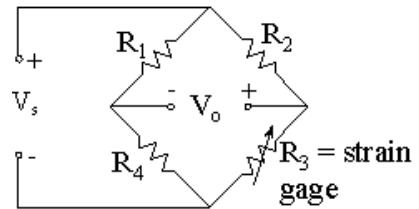
# Quarter Bridge Circuit

- $R_3(\epsilon_a)$  = resistenza dello strain gage
- Ipotesi:  $V_0=0$  a deformazione nulla, e

$$R_2 = R_3, R_1 = R_4$$

Es:

- $R_3(0) = 120 \Omega$
- $R_1=R_2=R_4=120 \Omega$



$$V_0 = V_s \frac{R_3 R_1 - R_4 R_2}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4)}$$

- In queste ipotesi, con facili manipolazioni algebriche si ottiene

$$V_0 = \frac{1}{4} V_s \lambda \epsilon_a$$

Nota: se  $R_1=\mathcal{K}R_4$  dove  $\mathcal{K}=R_2/R_3$ , si ottiene  $V_0 = \frac{K}{(K+1)^2} V_s \lambda \epsilon_a$ , che è massima per  $\mathcal{K}=1$ , ovvero per  $R_2=R_3$  e  $R_1=R_4$

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Quarter Bridge Example

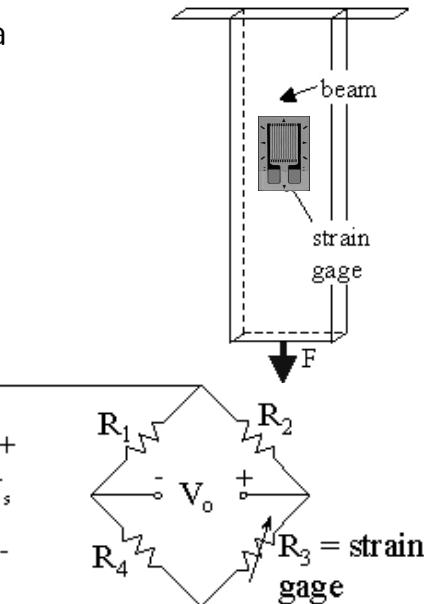
- Esempio: determinare la deformazione di una barra sottoposta a trazione
  - $V_s = 5 \text{ V}$
  - $\lambda = 1.8$
  - Ponte bilanciato in assenza di carico  $F$

Applicando il carico  $F$ , si misura  $V_o = 2.1 \text{ mV}$

$$\epsilon_a = 4 \frac{V_0}{V_s} \frac{1}{\lambda} = 4 \frac{2.1 \text{ mV}}{5000 \text{ mV}} \frac{1}{1.8}$$

... 0.000930 strain = 930 microstrain

Problema: le variazioni di  $R$  dovute alla deformazione sono dello stesso ordine di quelle dovute alla variazione della temperatura

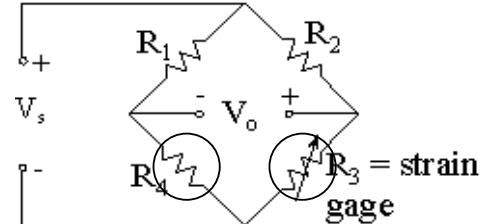
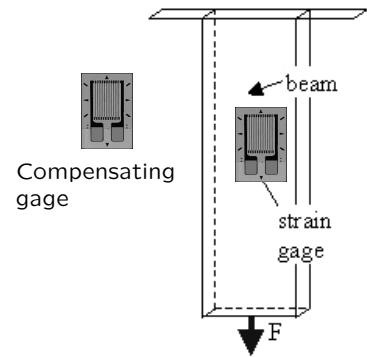


**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

# Compensazione della temperatura

- Soluzione 1: Estensimetri autocompensati.  
Hanno un  $\lambda$  tale da compensare gli effetti della dilatazione termica del corpo a cui sono applicati
- Soluzione 2: Agire a livello di ponte di Wheatstone, applicando un secondo estensimetro (al posto di  $R_2$  o  $R_4$ ), che però non viene sollecitato
- Esempio:  $R_1 = R_2 = R$   
 $R_4 = R + \Delta R(T)$   
 $R_3 = R + \Delta R(T) + \Delta R(L)$

Si ottiene ancora per ogni  $T$



$$V_0 \approx \frac{1}{4} V_s \lambda \epsilon_a$$

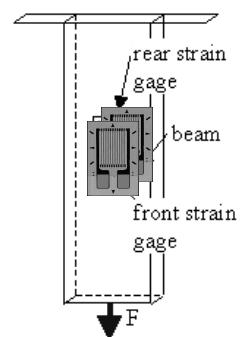
**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Half Bridge Circuit

- Usiamo adesso due strain gage (entrambe attive)
- Ipotesi: ponte inizialmente bilanciato
- Ricordando che

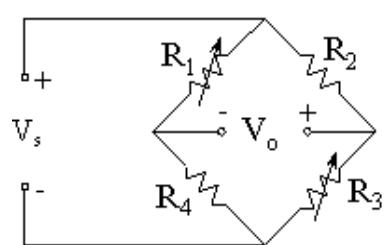
si ottiene       $V_0 \approx V_s \frac{R_1 R_4}{(R_1 + R_4)^2} \left[ \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right]$

$$V_0 = \frac{1}{2} V_s \lambda \epsilon_a$$



- Il circuito half bridge produce una tensione doppia rispetto al quarter bridge (sensibilità raddoppiata)

NB: se avessimo messo lo strain gage su  $R_2$  avremmo avuto  $V_0 = 0$  !

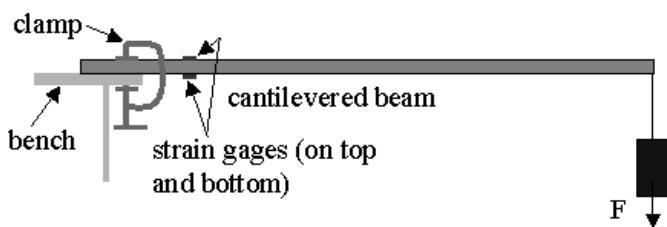


**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Esempio con due gage attivi

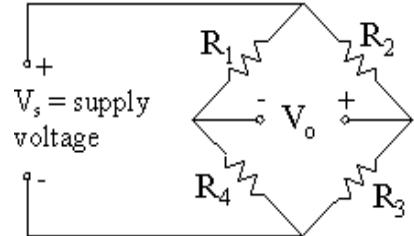
- Avendo un gage in tensione ed uno in compressione, si ha

$$\Delta R_{\text{compression}} = -\Delta R_{\text{tension}}$$



- Dove dobbiamo posizionare gli strain gage nel ponte di Wheatstone?

$$V_0 \approx V_s \frac{R_1 R_4}{(R_1 + R_4)^2} \left[ \underbrace{\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2}}_{\text{Scelta 1}} + \underbrace{\frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4}}_{\text{Scelta 2}} \right]$$

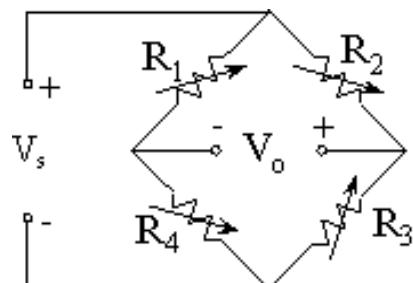


- Le uniche scelte possibili sono le posizioni 1 e 2 oppure 3 e 4 (altrimenti  $V_0=0$ )

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Full Bridge Circuit (4 gage attivi)

- Tutti i resistori sono sostituiti dagli strain gage
- Attenzione a come collegare gli strain gage:
  - ad esempio  $R_1$  e  $R_3$  devono avere deformazione positiva, mentre  $R_2$  e  $R_4$  negativa
- La sensitività è 4 volte maggiore rispetto alla configurazione quarter bridge



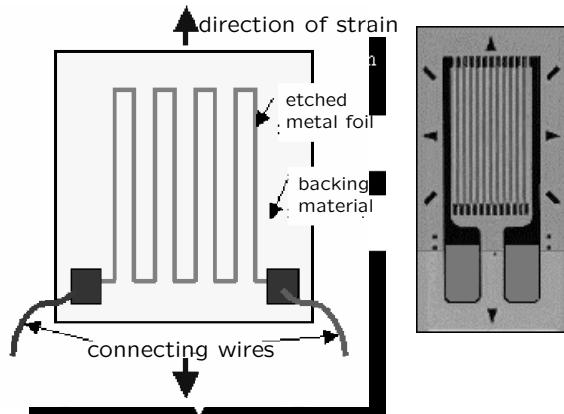
$$V_0 \approx V_s \frac{R_1 R_4}{(R_1 + R_4)^2} \left[ \frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right]$$

$$V_0 = V_s \lambda \epsilon_a$$

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

# Tipi di strain gage

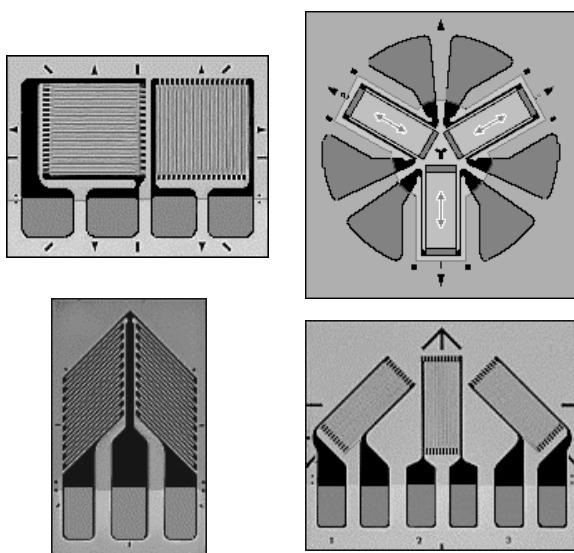
## A elemento singolo



Viene misurato lo sforzo medio sull'area occupata dal gage

La dimensione del gage è importante !

## A rosetta

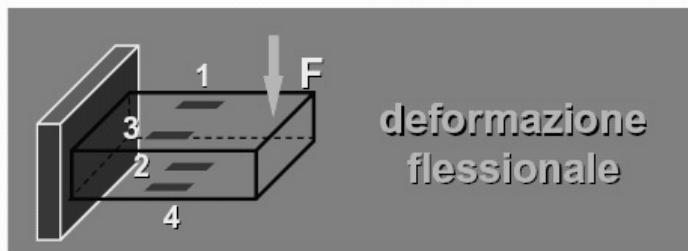
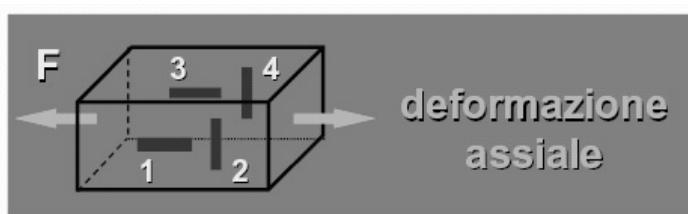


\*Le componenti dello sforzo si ricavano dalle tensioni misurate risolvendo un set di equazioni

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Misura di forza

Estensimetri incollati su una struttura metallica che si deforma con l'applicazione della forza



**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

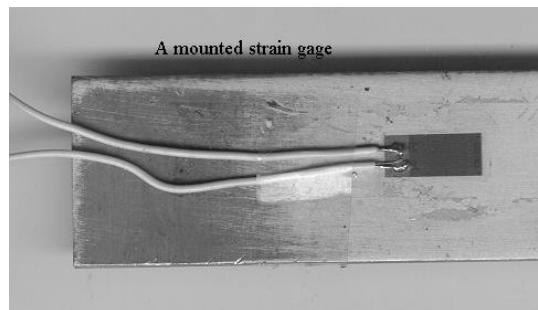
## Caratteristiche tecniche essenziali

parametro	film metallico	semiconduttore
GF	$\approx 2 \pm 1\%$	$\approx 100 \pm 3\%$
Rnom( $\Omega$ )	120, 350	molti valori
$\Delta R / \Delta T$ (p.p.m /°C)	5÷50	100÷500
linearità	dipende dall'allestimento meccanico	

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Strain Gages

- Normally strain gages are accurate to  $\pm 1\%$ . However, mounting (**orientation and bonding**) and environmental errors introduce additional uncertainty,  $\pm 1\%$  to  $3\%$ .
  - Or much worse!!
- Measure strains from  $1 \times 10^{-6}$  to 0.2 inch/inch. Can be applied to nearly any surface.
- Frequency response is on the order of 50 kHz.
- Gage selections based on:
  - Gage alloy selection, number of gages, gage length, gage width, solder tab type, gage pattern, temperature compensation, grid resistance, accuracy, stability, cyclic endurance, operating environment, and installation requirements.



\*\* \$65 to \$100/hr to install  
 (i.e. approximately 1 hour per gage)  
 to install a strain gage which  
 includes surface prep, attachment  
 (bonding) and wiring

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

# Potential Error Sources with Strain Gages

---

- Applications Errors
  - Gage may be damaged during installation.
  - Need to verify resistance before stress.
- Electrical noise - Electrical and Magnetic fields
  - Utilizing shielded lead wires and insulated coatings.
  - Utilize twisted lead wires.
- Thermally induced voltages caused by thermocouple effects at the junction of dissimilar metals in strain gage circuit.
- Temperature effects
  - Thermal expansion of materials affects measured strain.
  - Self heating of strain gages!

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Strain Measurements

---

- Strain measurements are made over a finite length of material.
  - Smaller the length the more closely the measurement will approximate the strain at a particular point.
  - The length over which strain measurement is taken is called the base length.

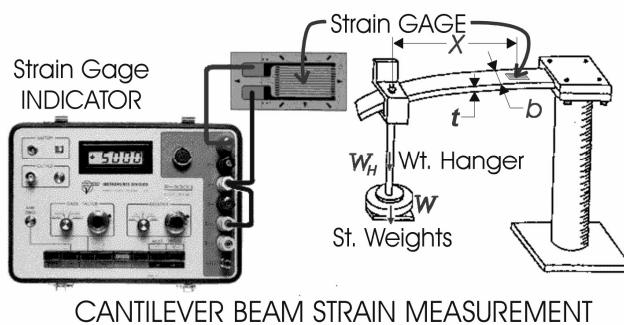
**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

# Source of other stress analysis information

[www.measurementsgroup.com](http://www.measurementsgroup.com)

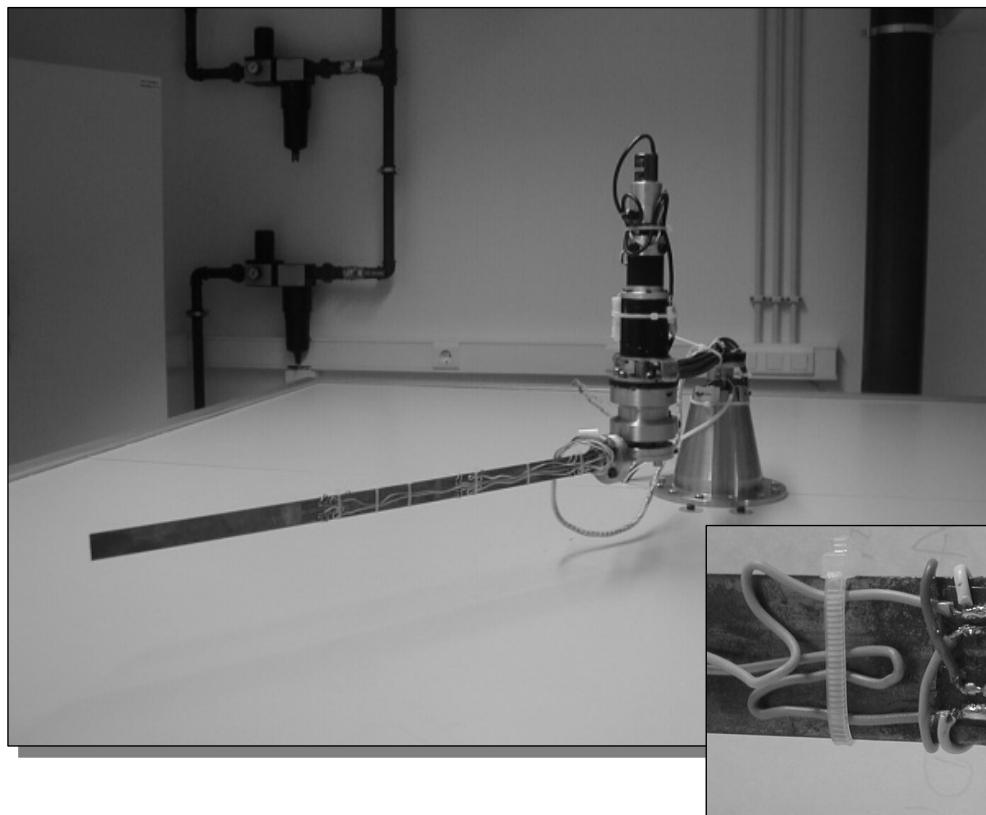
**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Strain Gage Indicator

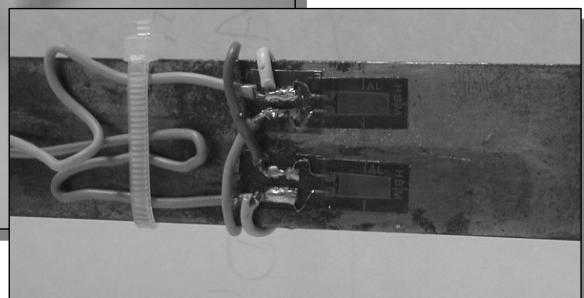


**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

# Applicazione: Controllo di un braccio flessibile



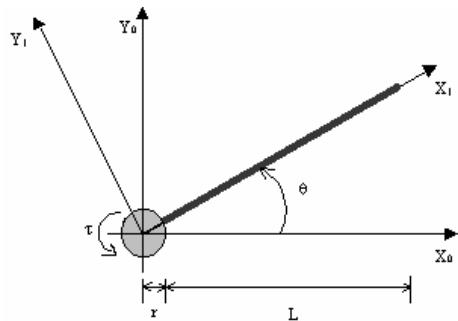
Departamento de  
Engenharia Mecânica  
Grupo de Controlo,  
Automação e Robótica



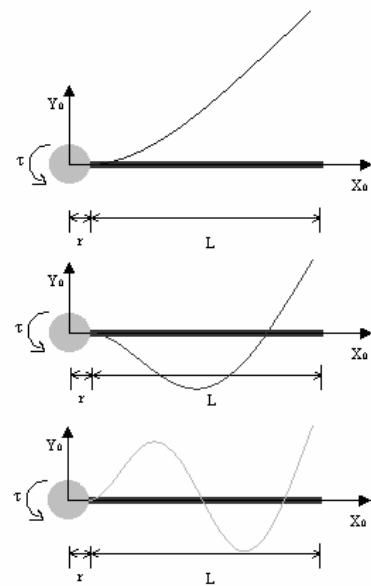
**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

# Applicazione: Controllo di un braccio flessibile

Movimento corpo rigido

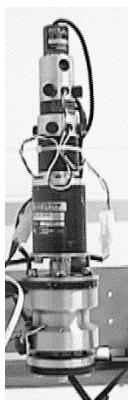


Modi di vibrazione



**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Applicazione: Controllo di un braccio flessibile



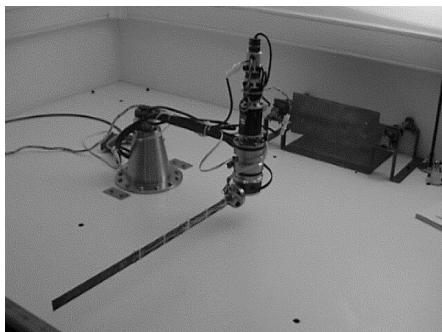
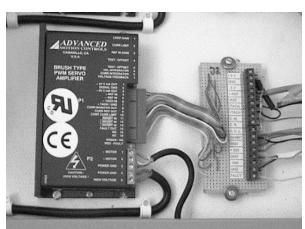
RH-14 Harmonic Drive

Servo Motor Dc  
Tachimetro  
*Encoder*

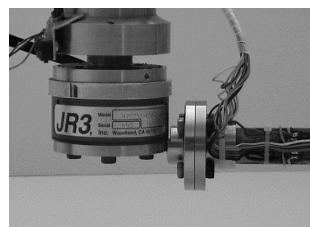
3 Ponte di estensimetri AE101 della HRM



- ext1 = 0.045 m
- ext2 = 0.18 m
- ext3 = 0.32 m

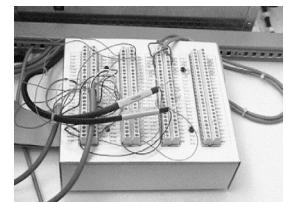


Sensore di Coppia JR3



Scheda I/O Servo to Go, ISA Bus Servo

Amplificatore di corrente:  
12A8 Advanced Motion Controls



**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Applicazione: Controllo di un braccio flessibile



controllo con/senza feedback  
da estensimetri



controllo con/senza feedback  
da estensimetri

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

## Applicazione: Controllo di un braccio flessibile

---



controllo ad anello chiuso

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**

---

Sensori di deformazione

Fine

**Tecnologie dei Sistemi di Controllo - A. Bemporad - A.a. 2007/08**