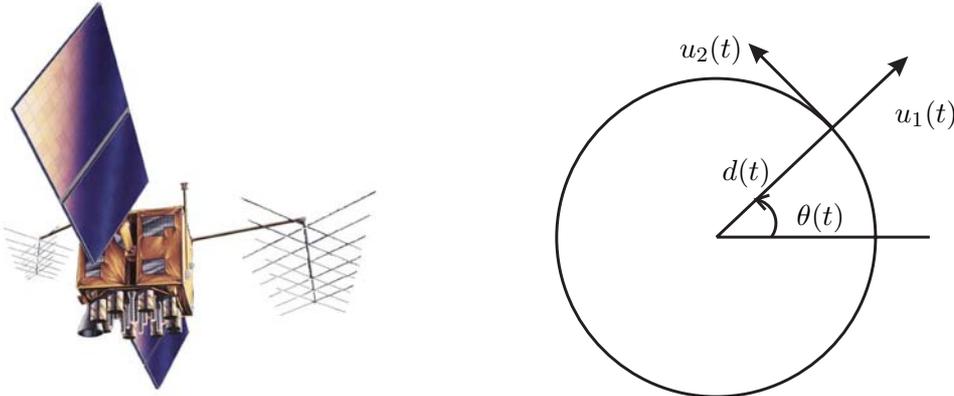


## ESERCITAZIONE DI CONTROLLO DIGITALE

**Esercizio 1**


Si consideri un satellite di massa pari ad 1 kg orbitante intorno alla Terra. Sia  $d(t)$  la distanza dal centro della Terra e  $\theta(t)$  la posizione angolare del satellite, come descritto in figura. Sul satellite agiscono tre forze: una forza radiale  $u_1(t)$ , una forza tangenziale  $u_2(t)$ , e una forza di attrazione  $\frac{\alpha}{d^2(t)}$ , dove  $\alpha = 10 \text{ m}^3/\text{s}^2$  è una costante. Si consideri la dinamica del satellite descritta dalle seguenti equazioni differenziali (ottenute supponendo che il satellite descriva un'orbita circolare)

$$\begin{aligned}\ddot{d}(t) &= d(t)\dot{\theta}^2(t) - \frac{\alpha}{d^2(t)} + u_1(t) \\ \ddot{\theta}(t) &= -\frac{2\dot{d}(t)\dot{\theta}(t)}{d(t)} + \frac{u_2}{d(t)}\end{aligned}$$

1. Si costruisca un modello Simulink del sistema non lineare.
2. Assumendo come variabili di stato  $\tilde{x} = [d \ \dot{d} \ \theta \ \dot{\theta}]'$  e come grandezze misurabili la distanza  $d$  e la posizione angolare  $\theta$  si derivi una rappresentazione in spazio di stato del sistema linearizzato attorno a  $\tilde{x}_e = [d_e \ 0 \ \theta_e \ \omega_e]'$  e  $\tilde{u}_e = [0 \ 0]'$ .
3. Si progetti un compensatore dinamico costituito da uno stimatore dello stato e da un controllore LQR per il sistema lineare discretizzato con tempo di campionamento  $T_s = 10 \text{ ms}$  tale che, agendo sui propulsori radiale e tangenziale, posizioni il satellite intorno al punto di linearizzazione a partire da una condizione iniziale  $x_0$ . Si linearizzi il sistema intorno al punto  $d_e = 2000$ ,  $\theta_e = \pi$ ,  $\omega_e = \sqrt{\frac{\alpha}{d_e^3}}$ . Si considerino come poli dell'osservatore tempo discreto  $P = [0 \ 0 \ -0.1 \ 0.1]'$ , e come matrici di peso del controllo LQR  $Q = I_4$ ,  $R = 10 \cdot I_2$ . Si simuli il comportamento del satellite a partire dalla condizione iniziale  $d_0 = 1900$ ,  $\theta_0 = \pi/2$ ,  $\omega_0 = \omega_e/2$ . Cosa succede al satellite? Perché?
4. Supponendo si verifichi un guasto nel propulsore tangenziale (non è quindi più possibile agire sull'ingresso  $u_2(t)$ ) discutere se è possibile progettare un controllore ottimo tale da posizionare il satellite nella posizione indicata al punto precedente.

(Note: Si scelga  $T_{sim} = 40 \text{ s}$  come tempo di simulazione).