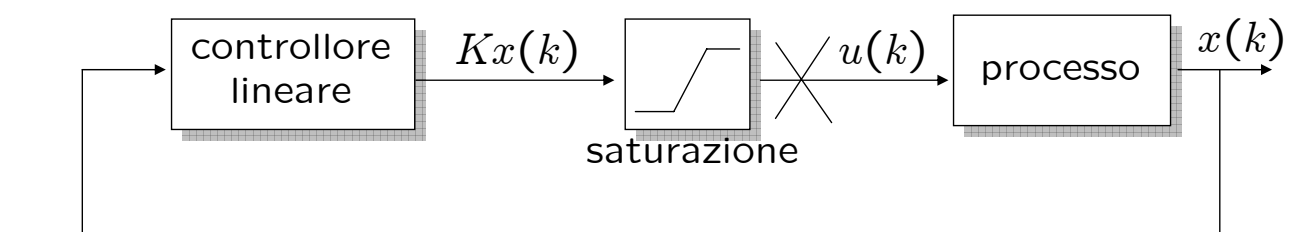


Controllo di sistemi con saturazione

(tecniche di anti-windup)

Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Problema del Windup



- La maggior parte dei sistemi di controllo viene progettata utilizzando la teoria lineare) notevole semplicità e buone prestazioni quando i comportamenti sono ben descritti da sistemi lineari.
- Spesso però è necessario considerare anche effetti non lineari, il principale dei quali è rappresentato dalla saturazione degli attuatori.
- Fenomeni di saturazione, se trascurati in fase di progetto, possono portare all'instabilità del sistema ad anello chiuso, soprattutto quando il controllore e/o il processo non è as. stabile (es: c'è un'azione integrale). L'anello di regolazione viene infatti interrotto in presenza di una saturazione non prevista, essendo $u(k) \neq Kx(k)$

Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Esempio: AFTI-16

Modello linearizzato:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -0.0151 & -60.5651 & 0 & -32.174 \\ -0.0001 & -1.3411 & .9929 & 0 \\ .00018 & 43.2541 & -.86939 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x + \\ \begin{bmatrix} -2.516 & -13.136 \\ -.1689 & -.2514 \\ -17.251 & -1.5766 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x, \end{cases}$$

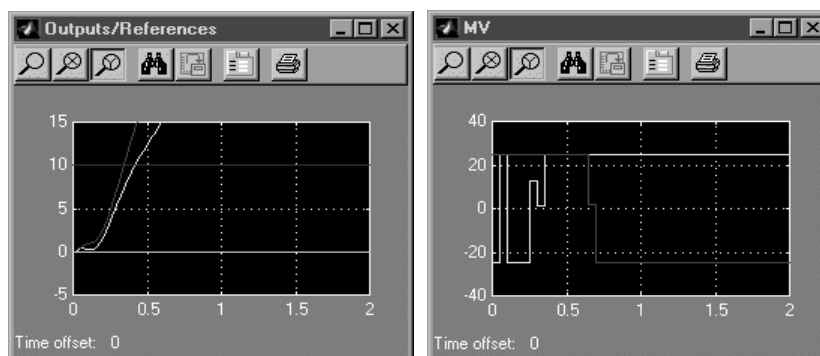


- Inputs: elevator and flaperon angle
- Outputs: attack and pitch angle
- Sampling time: $T_s = .05$ s (+ zero-order hold)
- Constraints: max 25° on both angles
- Open-loop response: unstable
(open-loop poles: $-7.6636, -0.0075 \pm 0.0556j, 5.4530$)

Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Example: AFTI-16

Controllore LQR + saturazione degli attuatori $\pm 25^\circ$

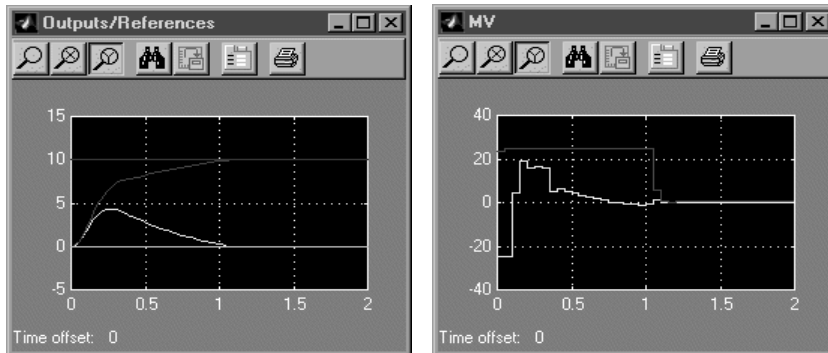


INSTABILE !!!

La saturazione deve essere considerata nel progetto del controllore

Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Con un controllore progettato per gestire i vincoli:



Esistono diverse tecniche per gestire le saturazioni degli ingressi, le principali delle quali sono le cosiddette tecniche di *anti-windup*

[Riferimento bibliografico:

K.J. Åström, L. Rundqwist, "*Integrator windup and how to avoid it*", Proceedings of the 1989 American Control Conference, Vol. 2, pp. 1693-1698, 1989.]

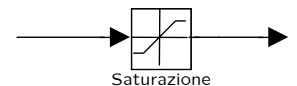
Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Saturazione

- La saturazione è definita dalla funzione matematica

$$\text{sat} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\text{sat}(u) = \begin{cases} u_{\min} & \text{se } u \leq u_{\min} \\ u & \text{se } u_{\min} < u < u_{\max} \\ u_{\max} & \text{se } u \geq u_{\max} \end{cases}$$



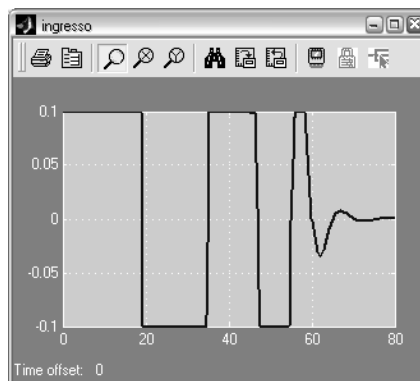
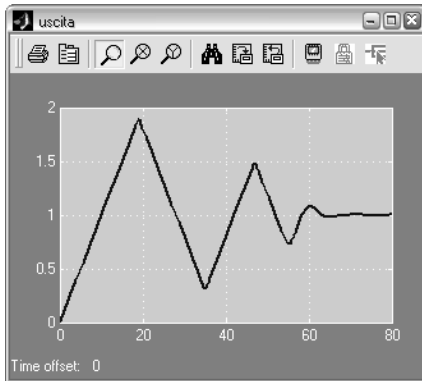
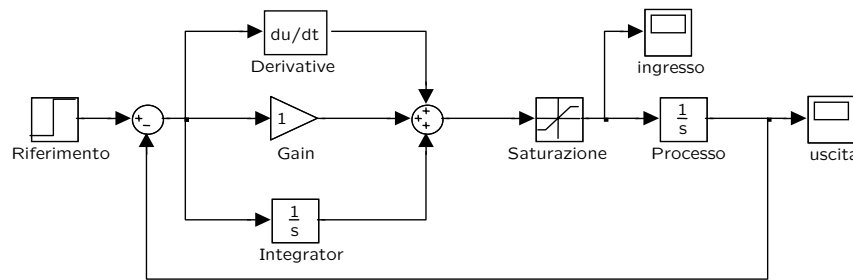
dove u_{\min} e u_{\max} rappresentano i valori minimo e massimo consentiti dagli attuatori (es: $\pm 12\text{V}$ per un motore a corrente continua)

- Nel caso u sia un vettore ad m componenti, si definisce

$$\text{sat}(u) = \begin{bmatrix} \text{sat}(u_1) \\ \text{sat}(u_2) \\ \vdots \\ \text{sat}(u_m) \end{bmatrix}$$

Problema del windup

Esempio: prendiamo un processo molto semplice (un integratore) controllato da un regolatore PID ($K_p=K_d=K_i=1$).



L'uscita impiega molto tempo per portarsi sul valore di regime. Il fenomeno è dovuto al *windup* dell'integratore contenuto nel PID, che continua ad integrare l'errore anche quando l'ingresso sta saturando

Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Richiamo: Controllore PID

Forma generale del controllore PID:

$$u(t) = K \left[br(t) - y(t) + \frac{1}{sT_i}(r(t) - y(t)) - \frac{sT_d}{1 + s\frac{T_d}{N}}y(t) \right]$$

PID digitale:

$$\begin{aligned} P(kT) &= K(br(kT) - y(kT)) \\ I((k+1)T) &= I(kT) + \frac{KT}{T_i}e(kT) \\ D(kT) &= \frac{T_d}{T_d + NT}D((k-1)T) - \frac{KT_dN}{T_d + NT}(y(kT) - y((k-1)T)) \\ u(kT) &= P(kT) + I(kT) + D(kT) \end{aligned}$$

Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Anti-windup (1): Algoritmi incrementali

- Nel PID in forma incrementale il regolatore fornisce l'incremento del segnale di controllo:

$$\Delta u(kT) = u(kT) - u((k-1)T)$$

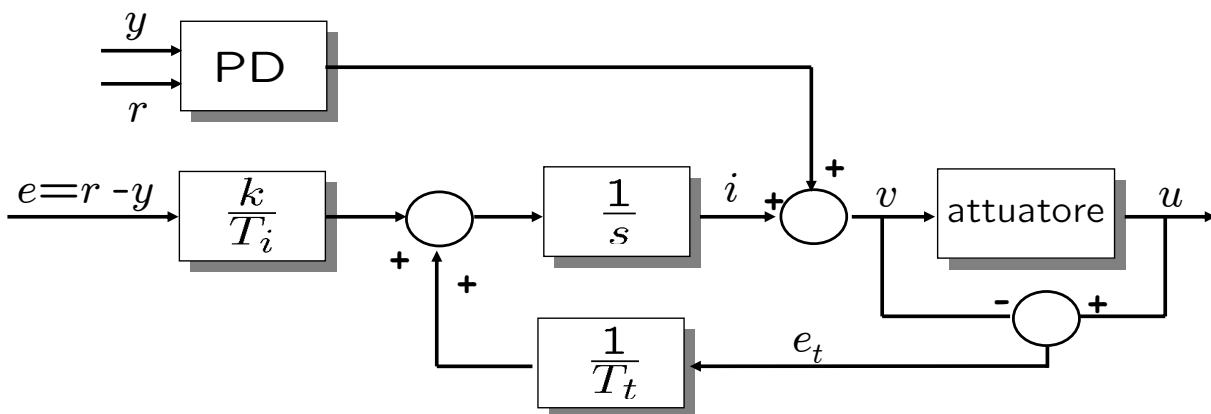
- Il segnale di controllo viene quindi calcolato integrando le variazioni impartite dal PID incrementale:

$$u((k+1)T) = u(kT) + \Delta u(kT)$$

- Una tecnica di anti-windup consiste nel bloccare l'integrazione qualora l'aggiunta del nuovo $\Delta u(kT)$ provochi una violazione dei limiti di saturazione

Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Anti-windup (2): Back-calculation

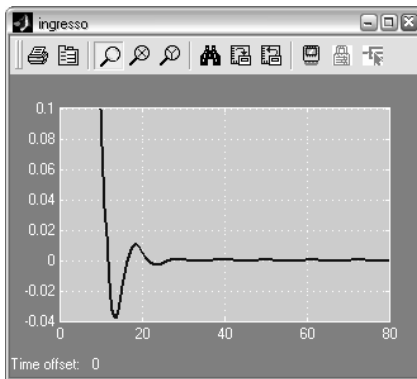
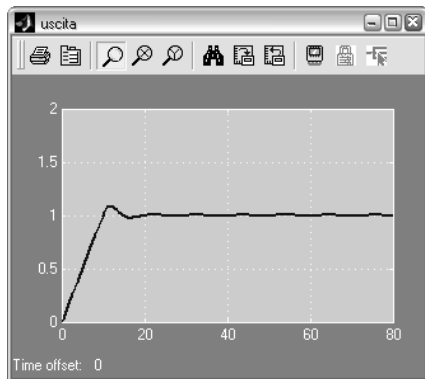
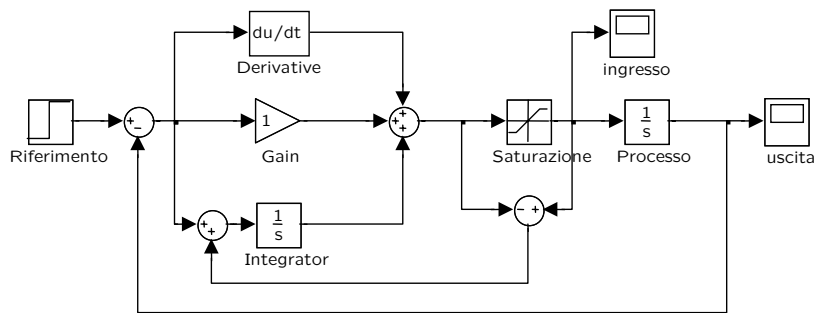


- Il segnale e_t è nullo quando non c'è saturazione (l'anti-windup non ha effetto quando l'attuatore non satura)
- La costante T_t determina quanto velocemente l'integratore del PID viene resettato
- Se il segnale $u(t)$ in uscita dall'attuatore non è misurabile, è possibile usare un modello matematico dell'attuatore

Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Esempio di soluzione con back-calculation

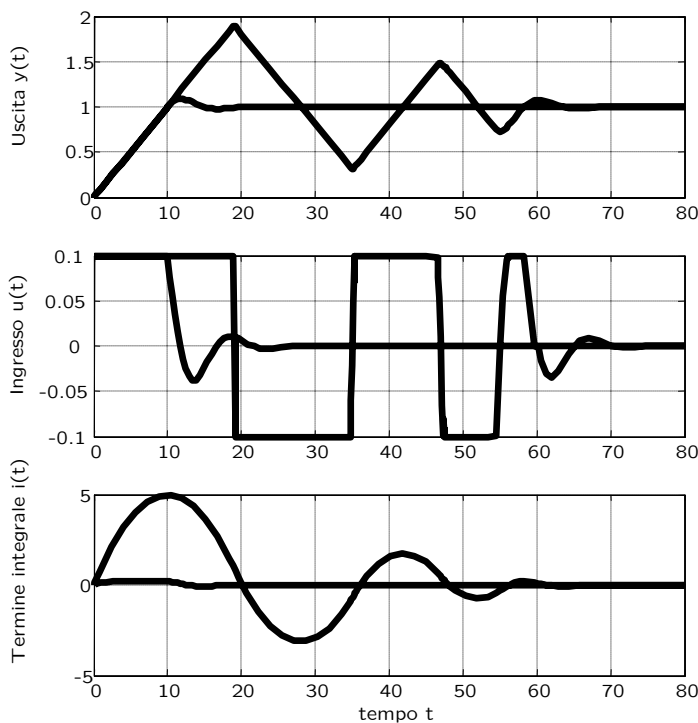
Esempio: riprendiamo il processo molto semplice (integratore) controllato da un regolatore PID ($K_p=K_d=K_i=1$), e poniamo $T_t=1$



L'effetto del windup dell'integratore è stato rimosso

Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Confronto con/senza schema anti-windup



Notare nel caso di windup:

- i picchi del segnale di controllo
- le forti oscillazioni
- il tempo necessario per raggiungere nuovamente l'equilibrio

Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Anti-windup (3): Conditional integration

- Consideriamo ancora una legge di controllo di tipo PID:

$$u = K(br - y) + I - KT_d \frac{dy(t)}{dt} = Kbr - Ky_p + I$$

dove $y_p = y + T_d \frac{dy(t)}{dt}$ rappresenta l'uscita "predetta" al tempo $t + T_d$

- Banda proporzionale:** rappresenta il range $[y_l, y_h]$ nel quale y_p è tale che u non satura:

$$y_l = br + \frac{I - u_{\max}}{K}$$

$$y_h = br + \frac{I - u_{\min}}{K}$$

dove u_{\min} e u_{\max} rappresentano i limiti di saturazione degli attuatori

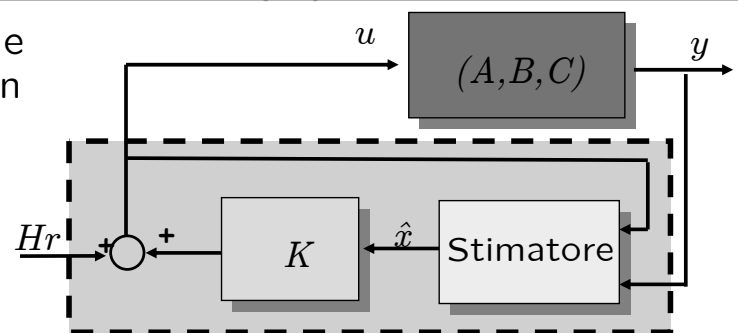
- L'idea della *conditional integration* consiste nell'aggiornare l'azione integrale I solo quando l'uscita predetta y_p (o semplicemente l'uscita y , nel caso di controllo PI) si trova nella banda proporzionale (eventualmente inserendo delle isteresi per evitare fenomeni di chattering)

Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Anti-windup (4): Osservatore

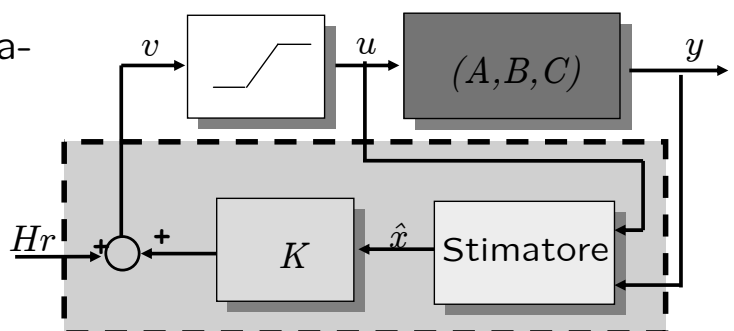
- Considera un anello di retroazione ottenuto mediante la sintesi di un compensatore dinamico

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) \\ \quad + L(y(k) - C\hat{x}(k)) \\ u(k) = K\hat{x}(k) + Hr(k) \end{cases}$$



- Nel caso di saturazioni, un'idea molto semplice ma efficace consiste nel aggiornare l'osservatore con l'ingresso (saturato) che effettivamente entra nel processo:

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) \\ \quad + L(y(k) - C\hat{x}(k)) \\ v(k) = K\hat{x}(k) + Hr(k) \\ u(k) = \text{sat}(v(k)) \end{cases}$$



Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Esempio approccio con osservatore

- Processo da controllare:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -1.364 & 0.4693 & 0.736 & 1.131 \\ -1.08 & -1.424 & 0.1945 & -0.7132 \\ 0.0499 & 0.8704 & -0.9675 & -0.3388 \\ -0.9333 & 0.8579 & -0.5436 & -0.9997 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0.05574 \\ 0 \\ -0.04123 \\ -1.128 \end{bmatrix} u \\ y = [-1.349 \ 0 \ 0.9535 \ 0.1286] x \end{cases}$$

con limiti di saturazione $-2 \leq u \leq 2$

- Modello: ottenuto per campionamento esatto con $T_s=0.5$ s
- Controllore: pole placement in e^{-5T_s} (2 coincidenti), $e^{(-2\pm j)T_s}$
- Osservatore: pole placement in e^{-10T_s} (coincidenti)
- Compensatore dinamico risultante:

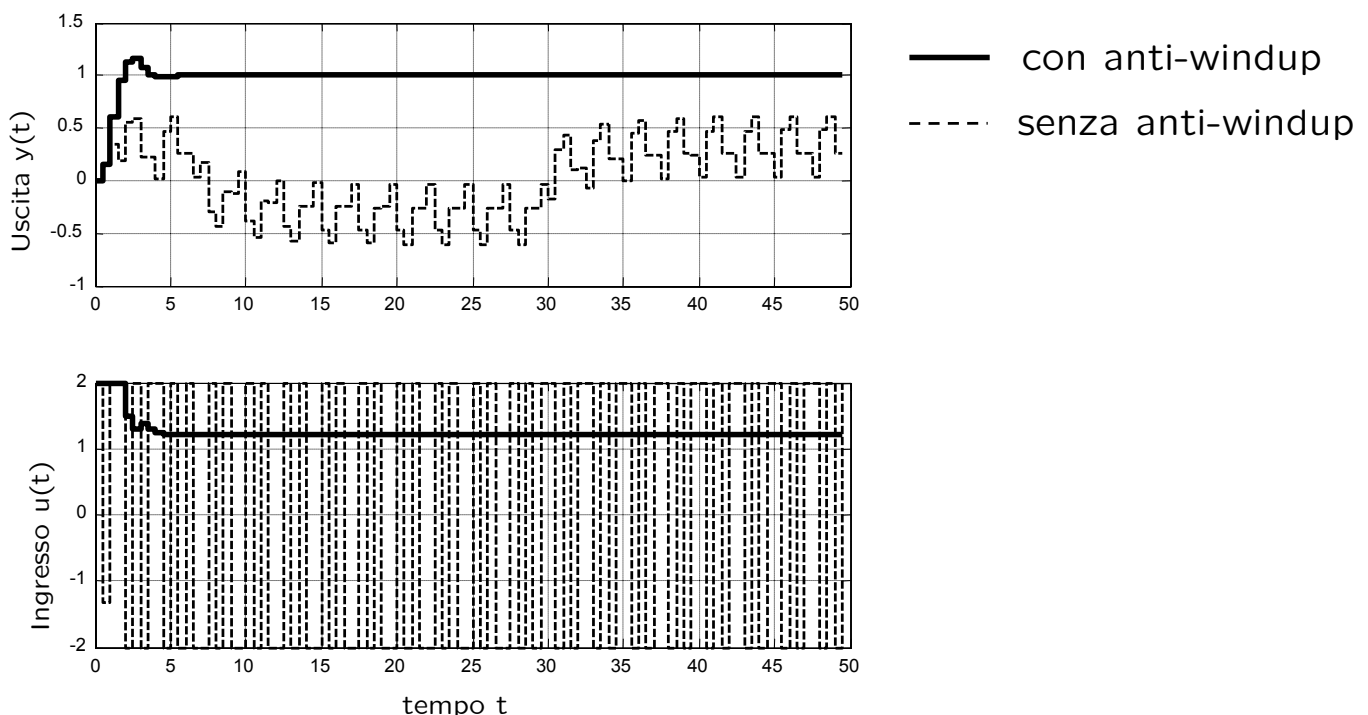
$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + B \text{sat}(v(k)) + L(y(k) - C\hat{x}(k)) \\ v(k) = K\hat{x}(k) + Hr(k) \end{cases}$$

con $K = \begin{bmatrix} 0.4718 \\ -1.5344 \\ -2.8253 \\ 2.1819 \end{bmatrix}'$, $L = \begin{bmatrix} 1.1821 \\ 1.1924 \\ 4.2054 \\ -3.6554 \end{bmatrix}$, $H = 1/(C(I - A - BK)^{-1}B) = 8.2668$

Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Esempio approccio con osservatore

- Confronto risultati:



Controllo Digitale - A. Bemporad - A.a. 2007/08

Commenti sulle tecniche di anti-windup

- Il metodo della *conditional integration* risulta facile da applicare a molti controllori, anche se, a differenza della *back-calculation*, occorre stabilire condizioni per bloccare l'integrazione e per evitare fenomeni di chattering.
- Il difetto principale del *back-calculation* è che risulta applicabile solo a controllori PID.
- Un vantaggio dell'*approccio mediante osservatore* consiste nel non dover decidere ulteriori parametri, nella possibilità di applicazione ad un compensatore preesistente piuttosto generico (perfino multivariabile, cioè in grado di gestire più ingressi e misure di uscita)
- Esistono altre tecniche più sofisticate per il controllo di sistemi con saturazioni (e/o limiti sulle variabili di stato e di uscita) che utilizzano tecniche di ottimizzazione vincolata per decidere l'azione di comando ad ogni passo di campionamento, quali ad esempio il controllo predittivo basato sul modello (MPC, *model predictive control*)