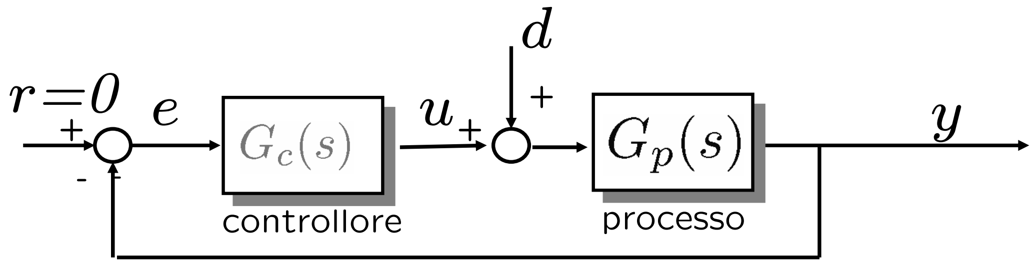
Principio del modello interno

Modelli del disturbo e sua reiezione



- Consideriamo la classe di disturbi $d(t)$ la cui trasformata di Laplace $D(s)$ è una funzione razionale. Esempi:
  - $d(t) = \sin(\omega t) \quad \Rightarrow \quad D(s) \triangleq L[d(t)] = \frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
  - $d(t) = 1(t)$ (gradino) $\quad \Rightarrow \quad D(s) = \frac{1}{s}$
- Sia $G_p(s) = N_p(s)/D_p(s)$ la funzione di trasferimento del processo, $D(s) = L[d(t)] = N_d(s)/D_d(s)$, e includiamo $D_d(s)$ nel controllore:

$$G_c(s) = \frac{N_c(s)}{D_c(s)D_d(s)}$$

Reiezione del disturbo

- Progettiamo N_c, D_c in maniera tale da stabilizzare il sistema esteso $\frac{N_p(s)}{D_p(s)D_d(s)}$, ad esempio mediante pole-placement, risolvendo l'equazione diofantina

$$(D_p D_d)D_c + N_p N_c = P$$

  dove le radici di P sono tutte a parte reale negativa, oppure mediante realizzazione spazio di stato (A, B, C, D) del sistema esteso e poi sintetizzando un controllore state-feedback + osservatore

- La trasformata di Laplace dell'uscita risulta (per $r = 0$):

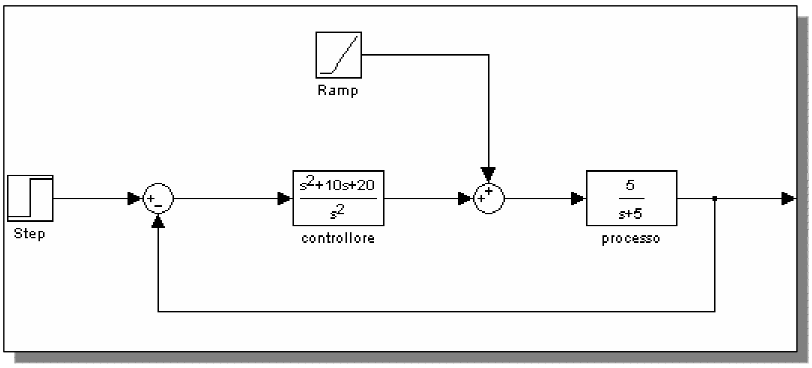
$$Y(s) = \frac{N_d N_p D_c}{D_p D_d D_c + N_p N_c}$$

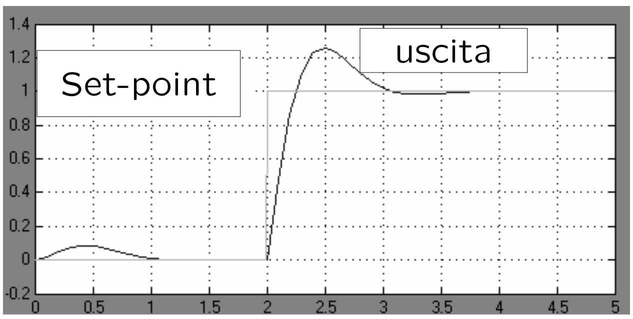
  e quindi $y(t) = L^{-1}[Y(s)]$ converge a zero asintoticamente per $t \to \infty$

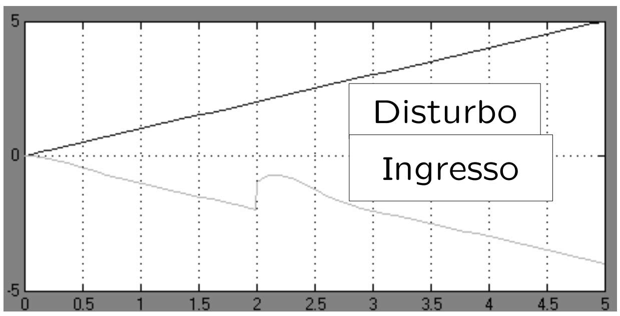
- **Principio del modello interno (disturbo)** (*Internal Model Principle, IMP*): Condizione sufficiente per la reiezione a regime di un disturbo è che la funzione di trasferimento G_c del controllore contenga al denominatore il polinomio generatore D_d del disturbo. Più in generale, è sufficiente che la cascata $G_p G_c$ contenga al denominatore D_d.

Modello interno - Esempio

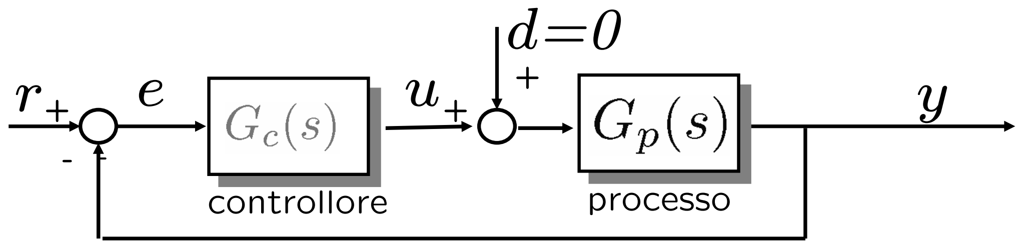
Modello del processo: $G_p(s) = \frac{5}{s+5}$ Modello del disturbo: $D(s) = \frac{1}{s^2}$ (rampa)







Modelli del riferimento



- Consideriamo la classe di riferimenti $r(t)$ la cui trasformata di Laplace $R(s)$ è una funzione razionale.

- Sia $R(s) = L[r(t)] = N_r(s)/D_r(s)$, e includiamo $D_r(s)$ nel controllore:

$$G_c(s) = \frac{N_c(s)}{D_c(s)D_r(s)}$$

Inseguimento del riferimento

- Progettiamo N_c, D_c in maniera tale da stabilizzare il sistema esteso $\frac{N_p(s)}{D_p(s)D_r(s)}$:

$$(D_pD_r)D_c + N_pN_c = P$$

  dove le radici di P sono tutte a parte reale negativa

- La trasformata di Laplace di $e = r - y$ risulta (per $d = 0$):

$$E(s) = \frac{N_rD_pD_c}{D_pD_rD_c + N_pN_c}$$

  e quindi $e(t) = L^{-1}[E(s)]$ converge a zero asintoticamente per $t \to \infty$

- **Principio del modello interno (riferimento)**: condizione sufficiente per l'inseguimento asintotico del riferimento è che G_c contenga al denominatore il polinomio generatore D_r del riferimento. Più in generale, è sufficiente che la cascata G_pG_c contenga al denominatore D_r.

- NOTA: tutto quanto detto a tempo continuo vale esattamente anche a tempo discreto!

Esempio

- Siano dati:

$$G_p(s) = \frac{s+1}{s(s+10)(s+20)}, \quad r(t) = 1 + \sin\frac{t}{2}, \quad d(t) = \cos\frac{t}{2}$$

- Si ha:

$$R(s) = \frac{1}{s} + \frac{\frac{1}{2}}{s^2 + \frac{1}{4}}, \qquad D(s) = \frac{s}{s^2 + \frac{1}{4}}$$

- Il polinomio da includere è pertanto $s(s^2 + \frac{1}{4})$. Poichè $\frac{1}{s}$ è già presente in $G_p(s)$, è sufficiente aggiungere $s^2 + \frac{1}{4}$

- Progettiamo un regolatore $G_c(s)$ in maniera tale da stabilizzare il sistema esteso

$$G_{pe}(s) = \frac{s+1}{s(s+10)(s+20)(s^2+\frac{1}{4})}$$

Esempio

```
omega=0.5;

Gp=tf([1 1],[1 30 200 0]);
Gsin=tf(1,[1 0 omega^2]);
Gpe=Gp*Gsin;

[A,B,C,D]=ssdata(ss(Gpe));
```

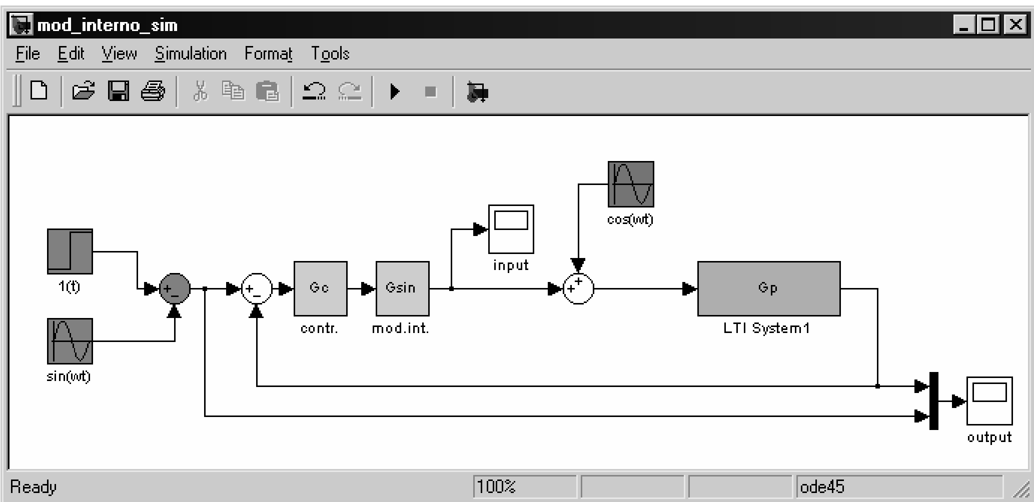
```
%Progetto controllore LQR state-feedback
K=-lqr(A,B,C'*C,.001);

%Progetto osservatore
L=place(A',C',[-10 -15 -20 -25 -30])';

% Compensatore (per il modello esteso)
Gc=-reg(ss(Gpe),-K,L)
```

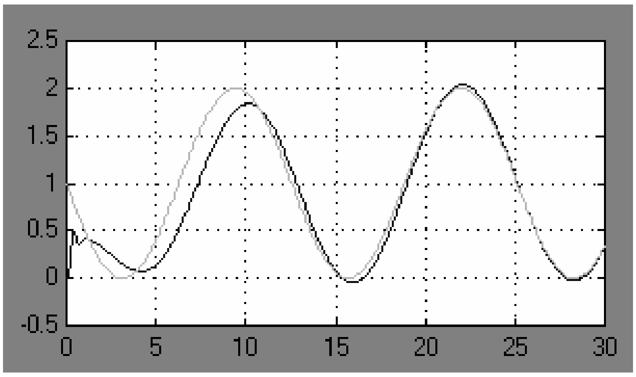
Il segno meno perche' il comando `reg` assume +y come ingresso, mentre qui utilizziamo r-y

Il segno meno perche' il comando reg assume u=-Kx

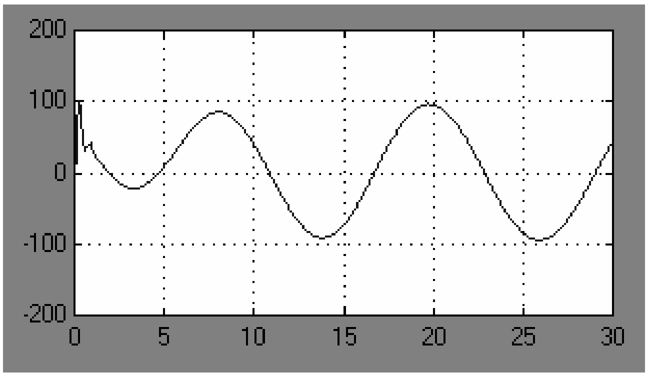


Esempio

uscita $y(t)$, riferimento $r(t)$



ingresso $u(t)$



- Nota: si ha perfetto inseguimento del segnale di riferimento $r(t)$ e la rimozione del disturbo $d(t)$
- Nota: provare a simulare il controllore $G_c(s)$ sintetizzato precedentemente ponendo $d(t)$=cos(0.4t).