Università degli Studi di Siena

Prof. Alberto Bemporad 27 giugno 2008

Compitino di Controllo Digitale

Esercizio 1 (12 punti)

Sia dato il sistema a tempo continuo descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = 5\frac{(s + 30)(s + 75)(s + 115)}{(s + 100)(s + 70)(s + 15)(s + 10)(s + 2)}$$

1. Ricavare un modello di ordine ridotto G_r eliminando i due stati meno significativi.
2. Progettare un compensatore dinamico per il sistema ridotto, in grado di inseguire riferimenti a rampa con errore nullo a regime e di effettuare la reiezione completa dei disturbi di tipo

$$d(t) = \begin{cases} \gamma & \text{se } t > T \\ 0 & \text{se } 0 < t \leq T \end{cases}$$

   per $\gamma > 0$. Si progetti un controllore di tipo LQR con rapporto peso uscita/peso ingresso pari a 10, e un osservatore mediante pole-placement, piazzando i poli tra -50 e -46.
3. Si simuli in SIMULINK per 30 s il sistema in anello chiuso con il compensatore progettato al punto precendente, soggetto ad un disturbo $d(t)$ in cui

$$\gamma = 70, \quad T = 10 \text{ s}$$

   e ad un riferimento a rampa con pendenza unitaria.
4. Progettare un compensatore analogo al precedente, invertendo semplicemente il rapporto peso/uscita del controllore LQR. Simulare nuovamente il sistema in anello chiuso con il nuovo compensatore e, in caso si noti un diverso tempo necessario all'uscita per riprendere l'inseguimento del riferimento a seguito dell'intervento del disturbo rispetto alla simulazione precedente, motivare tale differenza.

Esercizio 2 (10 punti)

Dato il sistema non lineare

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= a_1 x_1(t)(1 - x_1(t)) - x_1(t)x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -a_2 x_2(t) + x_1(t)x_2(t) - u(t) \\ y(t) &= \sin(x_1(t) + x_2(t)) \end{aligned}$$

dove:

- a_1 è l'ultima cifra del numero di matricola del candidato aumentata di uno;
- a_2 è la penultima cifra del numero di matricola del candidato aumentata di uno.

1. Si determini un modello linearizzato del sistema attorno al punto di equilibrio $x_{eq} = [0 \;\; 0]^\top$ per $u = 0$.

2. Si converta il sistema a tempo discreto mediante metodo di campionamento esatto scegliendo come tempo di campionamento $T_s = 0.5\ s$.
3. Per il sistema lineare a tempo discreto ottenuto si progetti in MATLAB un regolatore che minimizzi il seguente indice di costo:

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} x^\top(k)\ x(k) + u^\top(k)\ u(k)$$

4. Si simuli in SIMULINK l'anello chiuso per $T = 30$ s, partendo dallo stato iniziale $x_0 = [.2\ \ -.1]^\top$.

Esercizio 3 (8 punti)

Sia dato il processo dinamico

$$y = \frac{s+2}{s^2 + 0.2s - 1}\ u$$

e la legge di controllo di tipo PI

$$u = 7(r-y) + 6\int(r-y).$$

Sapendo che sull'attuatore è presente la saturazione $-1 \leq u \leq 1$

1. si realizzi uno schema anti-windup con tecnica di back-calculation assumendo $T_t = \frac{3}{4}$ s;
2. si simuli per $T = 40$ s il comportamento del sistema in anello chiuso partendo da condizioni iniziali nulle, supponendo che il riferimento sia il gradino unitario

$$r(t) = \begin{cases} 0 & \text{se } 0 < t \leq 5 \\ 1 & \text{se } t > 5. \end{cases}$$

COGNOME E NOME .... N. MATRICOLA ....