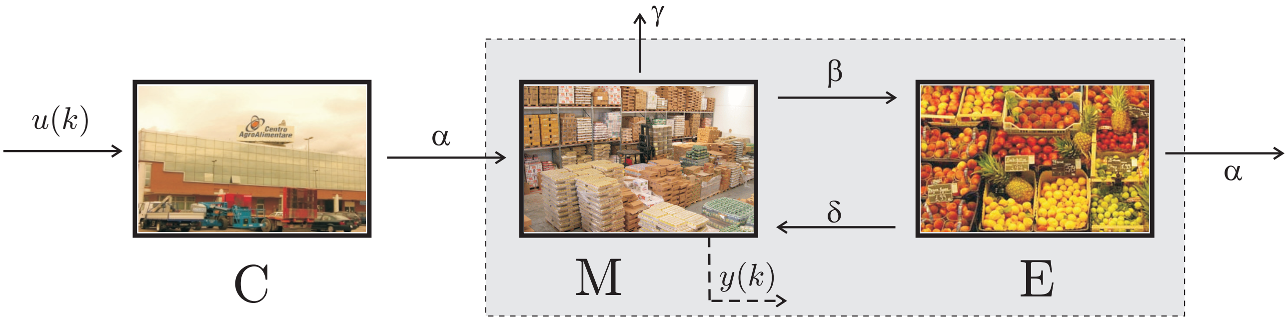
Università degli Studi di Siena

Prof. Alberto Bemporad 11 giugno 2008

Compito di Controllo Digitale

Esercizio 1 (13 punti)



Il centro agroalimentare C di una grande città riceve giornalmente una quantità $u(k)$ di prodotti ortofrutticoli, dove k rappresenta il giorno corrente. Una frazione α della quantità di prodotti stoccata in C viene trasferita al magazzino M di un grande supermercato locale. Dal magazzino del supermercato viene prelevata ogni giorno una frazione β di frutta e verdura ricevute per l'esposizione E sugli scaffali. Si denoti ancora con α la frazione di merce esposta che viene venduta ogni giorno. A fine giornata dagli scaffali ritorna in magazzino una frazione δ dei prodotti esposti. Ogni giorno dal magazzino viene inoltre gettata via per deperimento una frazione γ dei prodotti in esso stoccati.

1. Posti $\alpha = \frac{3}{5}$, $\beta = \frac{4}{5}$, $\gamma = \frac{1}{10}$, $\delta = \frac{1}{5}$, si ricavi un modello dinamico a tempo discreto in forma di spazio di stato del sistema complessivo, supponendo che sia misurabile soltanto la quantità $y(k)$ di prodotti ortofrutticoli presenti giornalmente nel magazzino del supermercato;

2. si progetti un osservatore dello stato complessivo del sistema in grado di garantire un errore di stima nullo dopo un numero finito di passi.

Esercizio 2 (12 punti)

Si consideri il sistema lineare a tempo discreto

$$x(k+1) \;=\; \begin{bmatrix} 1-a & 0 & 0 \\ 0 & 1-b & b \\ a & 0 & a^2 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u(k)$$

1. Si studino le proprietà di raggiungibilità, controllabilità e stabilizzabilità del sistema al variare di $a, b \in \{0, 1\}$.

2. Nei casi $\{a = 0, b = 0\}$ e $\{a = 1, b = 0\}$ si determini in quanti passi è possibile raggiungere gli stati $x(k) = [2\ 0\ -2]^T$ e $x(k) = [3\ 0\ 0]^T$ a partire dall'origine $x(0) = [0\ 0\ 0]^T$.

<u>Esercizio</u> <u>3</u> (5 punti)

Mediante tecniche di posizionamento dei poli si progetti un regolatore in retroazione dello stato $u(k) = Kx(k)$ per il sistema

$$\begin{aligned} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \end{bmatrix} x(k) + u(k) \end{aligned}$$

posizionando i poli in 0.5.