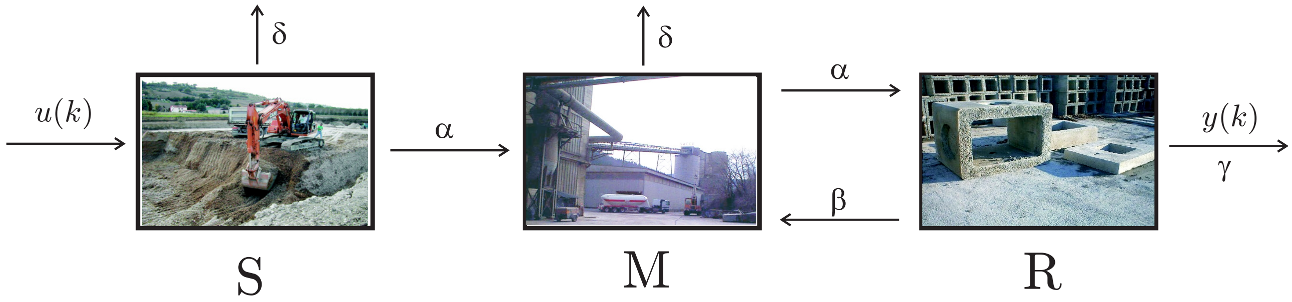
Università degli Studi di Siena

Prof. Alberto Bemporad 6 giugno 2007

Compito di Controllo Digitale

Esercizio 1 (13 punti)



Si consideri un modello di una *catena di fornitura* a tre stadi, costituita da un fornitore di materie prime (S), da un produttore (M) e da un rivenditore (R). Si supponga che ogni mese, in media, lo stadio (S) acquisisca un quantitativo $u(k)$ di materie prime, dove k indica il numero di mesi trascorsi, ne scarti una frazione δ, e ne fornisca una frazione α al produttore (M). Questi lavora il materiale e rivende una frazione α dei prodotti ottenuti al rivenditore (R), scartandone una frazione δ per difetti di lavorazione. Il rivenditore (R) restituisce mensilmente in media β prodotti finiti allo stadio precedente (M) perché di qualità scadente, e vende una frazione γ di essi, denominata $y(k)$, ai clienti.

1. Si ricavi un modello dinamico a tempo discreto del sistema in forma di spazio di stato;

2. Si studi al variare dei parametri α, β, γ, δ l'osservabilità, la ricostruibilità e la rivelabilità del sistema, nell'ipotesi in cui $0 \leq \alpha \leq 1$, $0 \leq \beta \leq 1$, $0 < \gamma \leq 1$, $0 \leq \delta \leq 1$, $\beta + \gamma \leq 1$;

3. Posti $\alpha = 0$, $\beta = \frac{1}{4}$, $\gamma = \frac{1}{4}$, $\delta = 1$ si progetti uno stimatore dello stato piazzando i poli in 0.

Esercizio 2 (9 punti)

Dato il sistema lineare a tempo discreto

$$x(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (u(k) + d)$$

mediante tecniche di posizionamento dei poli progettare una legge di controllo in grado di regolare lo stato x_1 su un riferimento costante r generico con errore di inseguimento nullo dopo un numero finito di passi.

Esercizio 3 (8 punti)

1. Dato il sistema lineare tempo discreto

$$
\begin{aligned}
x(k+1) &= \begin{bmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) \\
y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} x(k) - 2u(k)
\end{aligned}
$$

   determinare se è completamente raggiungibile, controllabile, stabilizzabile.

2. Dato il sistema lineare tempo discreto

$$
\begin{aligned}
x(k+1) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & -2 & -2 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u(k) \\
y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} x(k) - 2u(k)
\end{aligned}
$$

   se ne discuta l'osservabilità, ricostruibilità, rivelabilità.