Prof. Alberto Bemporad

27 giugno 2006

Compitino di Controllo Digitale

Esercizio 1

Sia dato il sistema lineare a tempo discreto

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$
$$y(k) = Cx(k)$$

con tempo di campionamento $T_s = 0.5$ s, in cui $A = \begin{bmatrix} -1.75 & 1.5 & -0.75 \\ 1.5 & -1 & 1.5 \\ -3.75 & 1.5 & 1.25 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1.5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$. Utilizzando MATLAB:

- 1. Si analizzi la stabilità del sistema autonomo, la controllabilità e l'osservabilità. Si simuli per 10 secondi il sistema a partire dalle condizioni iniziali $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ riportando le traiettorie delle singole componenti dello stato in due grafici distinti. A cosa sono imputate le differenze nelle traiettorie?
- 2. Si progetti un compensatore dinamico composto da un osservatore deadbeat e da un controllore LQR con peso sull'uscita e rapporto peso uscita/ingresso pare a 100.
- 3. Si modifichi il compensatore progettato al passo precedente in modo da ottenere un compensatore in grado di inseguire un riferimento costante con errore asintotico nullo e di reiettare disturbi costanti. Il peso sull'integrale dell'errore deve essere pari a 10 volte il peso sull'uscita.

Esercizio 2

Per il sistema a tempo continuo descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{2}{2.5 \cdot 10^{-5} s^4 + 0.003525 s^3 + 0.1135 s^2 + 1.11s + 1}$$

si vuole progettare un controllore in retroazione statica dall'uscita u=Ky+Hr. A tal scopo, si ottenga un modello ridotto di ordine uno

$$\dot{x}(t) = a_r x_r(t) + b_r u(t)$$

$$y(t) = c_r x_r(t)$$

mediante bilanciamento ed eliminazione per troncamento dei tre stati meno significativi (a_r, b_r, c_r) sono scalari), si sintetizzi una legge di controllo $u = K_x x_r + Hr$ mediante pole-placement sul modello ridotto (si piazzi il polo in s = -10), e si determini il guadagno K considerando che $x_r = \frac{y}{c_r}$.

Si simuli in SIMULINK il sistema in anello chiuso nell'inseguimento ad un riferimento costante a partire da condizione iniziale nulla per 10 secondi. Si legga tramite un singolo oscilloscopio l'andamento dell'uscita e del riferimento.

Domanda opzionale: Considerando il guadagno in continua effettivo del sistema ad anello chiuso, si determini il guadagno H in maniera tale che il riferimento a gradino sia inseguito con errore nullo a regime.

Esercizio 3

Sia dato il sistema a tempo continuo descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{s + 100}{s^3 + 8s^2 + 15s}.$$

Si progetti mediante pole-placement un compensatore dinamico di ordine minore possibile in grado di inseguire riferimenti a gradino e a rampa con errore nullo a regime e di reiettare disturbi del tipo

$$d(t) = \alpha \cos(3t) + \beta \sin(3t)$$

per $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Si posizionino i poli dell'osservatore tra -50 e 40 ed i poli del sistema controllato tra -14 e -4. Si simuli in Simulino per 10 secondi il controllore progettato soggetto ad un disturbo d(t) in cui $\alpha = 0, \ \beta = 8$ e ad un riferimento a rampa con pendenza unitaria.