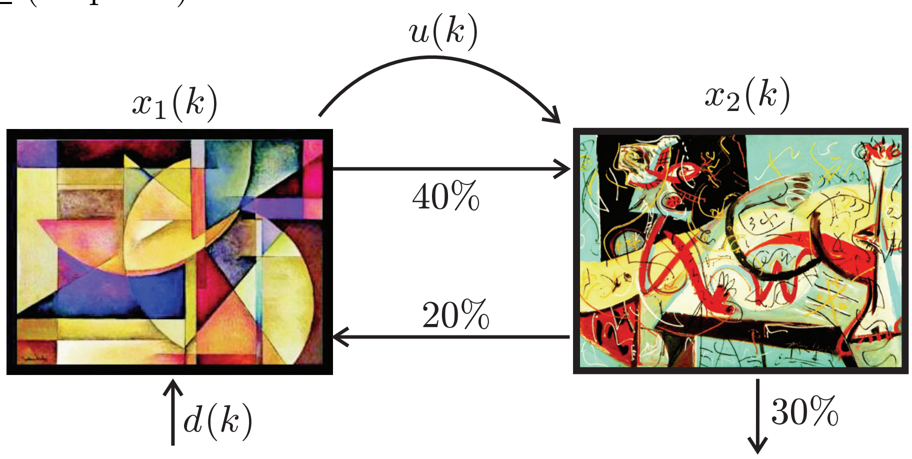
Università degli Studi di Siena

Prof. Alberto Bemporad 13 giugno 2006

Compitino di Controllo Digitale

Esercizio 1 (13 punti)



In una galleria d'arte, composta da due grosse stanze comunicanti, è stata allestita una mostra di arte moderna. Siano $x_1(k)$ e $x_2(k)$ rispettivamente il numero di visitatori nella prima e nella seconda stanza, dove k rappresenta il numero di minuti trascorsi dall'apertura della galleria. Si supponga che ad ogni minuto il 40% delle persone presenti nella prima stanza passino spontaneamente nella seconda, il 20% delle persone presenti nella seconda stanza passino spontaneamente nella prima, e che il 30% delle persone presenti nella seconda stanza escano dall'edificio per salire sul pullman di servizio che effettua il rientro dei visitatori. Detto $d(k)$ il numero di visitatori che ogni minuto entra nella prima stanza, si supponga che l'addetto al controllo dell'esposizione possa imporre il transito di $u(k)$ persone dalla prima alla seconda stanza (se $u(k) \geq 0$), ovvero dalla seconda alla prima stanza (se $u(k) \leq 0$).

1. Si ricavi un modello dinamico del sistema in forma di spazio di stato, considerando come uscita $y(k)$ del sistema la somma dei visitatori in uscita dalla seconda stanza più il 10% dei visitatori ancora presenti nella prima stanza.

2. Mediante tecniche di posizionamento dei poli, detto r il numero ideale (costante) di persone che il pullman può prelevare ogni ora, si progetti una legge di controllo in retroazione dello stato con azione integrale per l'addetto al controllo in grado di far sì che $y(k)$ sia il più possibile vicino ad r, permettendo quindi di ottimizzare il trasporto dei visitatori. Si piazzino i poli ad anello chiuso coincidenti in 0.7.

<u>Esercizio 2</u> (10 punti)

La dinamica di un sistema lineare a tempo discreto è descritta dalle seguenti equazioni in forma di spazio di stato

$$\begin{cases} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 4 & -4 & -4 \\ 11 & -9 & -7 \\ -8 & 5 & 2 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} x(k) \end{cases}$$

1. Determinare l'insieme degli stati indistinguibili dall'origine;
2. Progettare, se possibile, uno stimatore asintotico dello stato piazzando i poli del sistema ad anello chiuso in zero.

<u>Esercizio 3</u> (7 punti)

Dato il sistema lineare in forma di spazio di stato

$$\begin{cases} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} x(k) \end{cases}$$

calcolare la sequenza di ingressi a minima energia $[u(2)\ u(1)\ u(0)]'$ per portare il sistema dalla stato iniziale $x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ allo stato finale x_3 nei seguenti casi:

1. $$x_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. $$x_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$