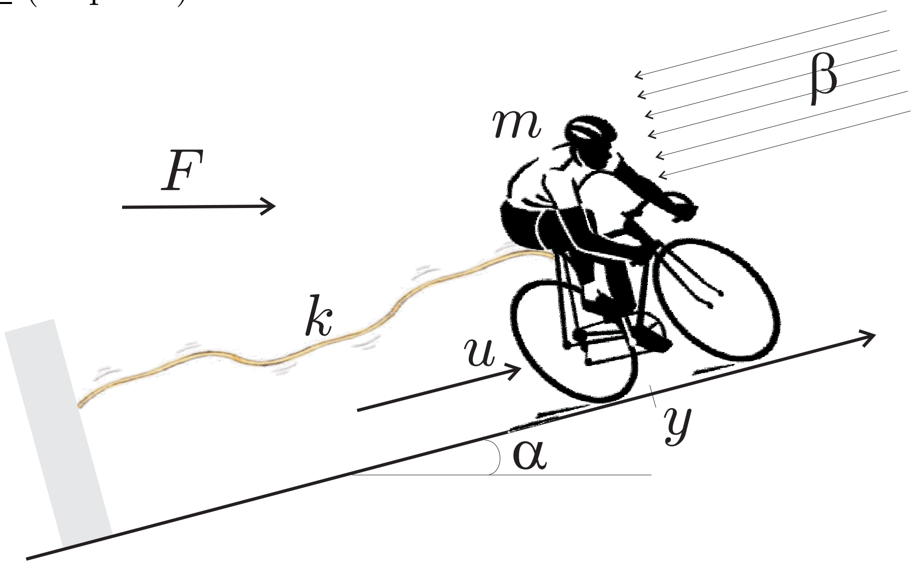
Università degli Studi di Siena

Prof. Alberto Bemporad 11 luglio 2005

Compito di Controllo Digitale

Esercizio 1 (12 punti)



Si vuole automatizzare la pedalata che un ciclista dovrebbe tenere sul percorso in salita sopra raffigurato. La pendenza del terreno è pari ad α, il coefficiente di attrito viscoso con l'aria è pari a β. Oltre alla forza di gravità, sul sistema ciclista-bicicletta, avente massa complessiva m, agiscono inoltre una forza costante ed orizzontale pari ad F data dal vento e una forza elastica di costante k dovuta ad un sottile filo elastico impigliato nella sella

Indicando con u la forza di trazione generata dal ciclista e con y la posizione del ciclista rispetto al punto di partenza, e supponendo che la forza elastica sia nulla per $y = 0$:

1. Si ricavi un modello dinamico del sistema in forma di spazio di stato (si consideri l'effetto combinato della forza di gravità e della forza del vento come disturbo costante non misurabile);
2. Posti $k = 2$, $m = 2$, $\beta = 1$ (in opportune unità di misura), mediante tecniche di posizionamento dei poli, progettare una legge di controllo in grado di regolare la posizione y su un riferimento costante r generico con errore nullo a regime piazzando i poli ad anello chiuso in -1, $-2 \pm j$;
3. Verificare che per il valore di riferimento $r = 10$, $\alpha = 45°$, $F = 20$ e assumendo $g = 10$, in condizioni di regime stazionario la forza di trazione $u = 20$.

Esercizio 2 (9 punti)

Dato il seguente sistema lineare a tempo discreto

$$x(t+1) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix} u(t)$$

determinare se è completamente raggiungibile. Inoltre, assumendo come stato iniziale $x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$,

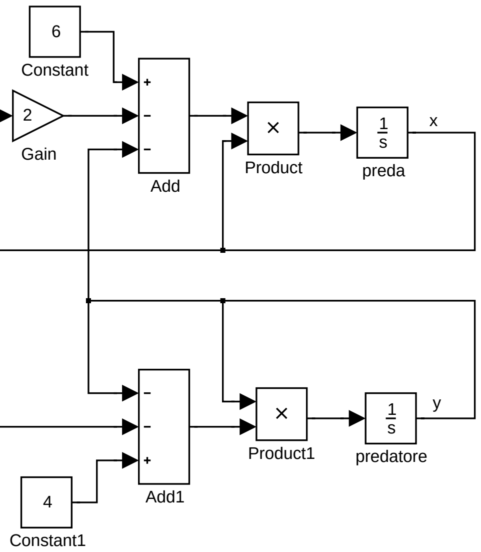
determinare:

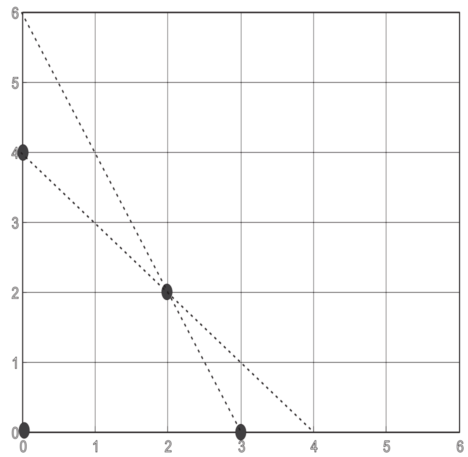
- Un ingresso u_0 che porta il sistema nello stato $x_f = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ in 1 passo;

- Una sequenza di due ingressi u_1, u_0 che porta il sistema nello stato $x_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ in 2 passi;

- Una sequenza di tre ingressi u_2, u_1, u_0 che porta il sistema nello stato $x_f = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}$ in 3 passi.

<u>**Esercizio** 3</u> (9 punti)





Il modello preda-predatore (x-y) di Volterra-Lotka con fattori sociali (come il sovraffollamento) è descritto dal diagramma Simulink in figura. Il modello in considerazione ha quattro punti di equilibrio (descritti nel piano delle fasi dai cerchietti) rispettivamente in $\left[\begin{smallmatrix} 0 \\ 0 \end{smallmatrix}\right]$ (nessuna preda, nessun predatore), $\left[\begin{smallmatrix} 3 \\ 0 \end{smallmatrix}\right]$ (equilibrio prede in assenza di predatori), $\left[\begin{smallmatrix} 0 \\ 4 \end{smallmatrix}\right]$ (equilibrio predatori in assenza di prede), $\left[\begin{smallmatrix} 2 \\ 2 \end{smallmatrix}\right]$ (equilibrio prede-predatori).

1. Si determini il sistema di equazioni non lineari e si linearizzi tale sistema intorno al punto di equilibrio delle prede-predatori $\left[\begin{smallmatrix} 2 \\ 2 \end{smallmatrix}\right]$.

2. Assumendo di poter misurare solo le prede x, si scrivano i comandi Matlab necessari per sintetizzare il guadagno L di un osservatore dello stato per il modello linearizzato, in grado di stimare sia il numero di prede che di predatori, ponendo i poli in $[-10 \;\; -20]$.