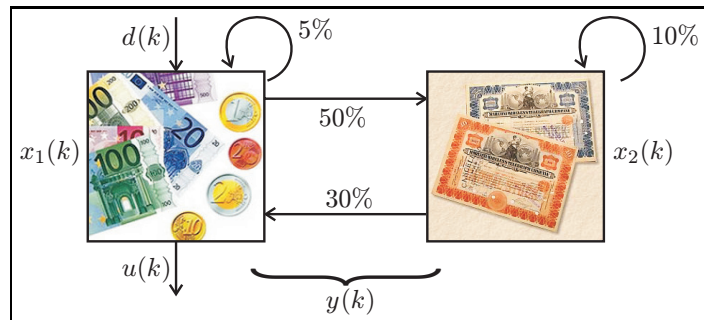


COMPITINO DI CONTROLLO DIGITALE

Esercizio 1 (13 punti)

Si supponga di dover regolare i prelievi da un conto corrente a cui è collegato un deposito titoli. Sia $x_1(k)$ la quantità di denaro presente sul conto corrente all'inizio della k -esima settimana, $x_2(k)$ quella investita in titoli, $u(k)$ la quantità di denaro prelevata dal conto alla fine della k -esima settimana, $d(k)$ quella immessa nel conto sempre alla fine della k -esima



settimana. Si supponga che il conto corrente abbia un rendimento del 5% settimanale e che il deposito titoli abbia un rendimento del 10% settimanale. Si supponga inoltre che ogni settimana si investa il 50% del denaro contenuto nel conto corrente in titoli e che si disinvesta il 30% dei titoli sul conto corrente.

1. Si ricavi un modello dinamico del sistema in forma di spazio di stato.
2. Mediante tecniche di posizionamento dei poli, progettare una legge di controllo in retroazione dello stato per $u(k)$ in grado di regolare la valorizzazione in denaro complessiva $y(k)$ del conto e del deposito su un valore di riferimento costante r generico con errore nullo a regime, qualsiasi sia la quantità costante di denaro $d(k)$ immessa sul conto, piazzando i poli ad anello chiuso coincidenti in 0.5.

Esercizio 2 (10 punti)

Discutere le proprietà di raggiungibilità, controllabilità e stabilizzabilità del sistema

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & a+2 & 0 \\ a+1 & -a & 1 \\ 0 & 0 & 1-a \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = [1 \quad -1 \quad a] x(t). \end{cases}$$

al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 3 (7 punti)

Dato il sistema

$$\begin{cases} x(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) = [1 \quad 1 \quad 0] x(k) \end{cases}$$

siano $y(2), y(1), y(0)$ le seguenti quantità misurate sull'uscita $y(k)$ per $k = 0, 1, 2$:

$$y(2) = 2, y(1) = 2, y(0) = 2$$

Dopo aver determinato se tale sistema è osservabile/ricostruibile/rivelabile, rispondere ai seguenti quesiti:

1. Calcolare, se possibile, lo stato iniziale $x(0)$ che ha generato tali uscite, nell'ipotesi che il sistema sia *autonomo* (ovvero, nel caso in cui $u(k) = 0, \forall k$);
2. Nel caso in cui non sia possibile ricavare univocamente lo stato iniziale $x(0)$, determinare il numero minimo di passi necessari per ricostruire lo stato corrente qualsiasi sia lo stato iniziale $x(0)$.