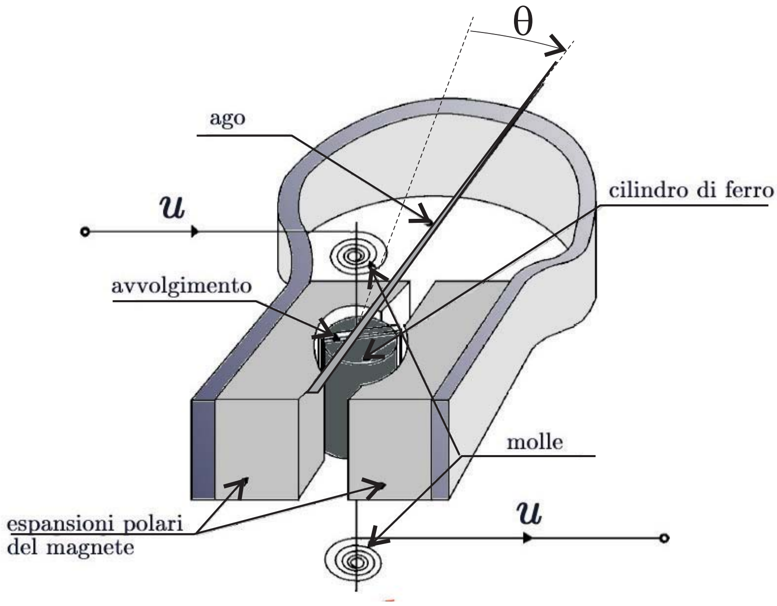
Università degli Studi di Siena

Prof. Alberto Bemporad 4 Giugno 2004

Compitino di Controllo Digitale

Esercizio 1 (13 punti)



Si supponga di voler regolare la posizione angolare θ dell'ago di un amperometro su una posizione di riferimento r variando la corrente u ed essendo in grado di misurare posizione e velocità angolari dell'ago. La coppia meccanica T prodotta dalla corrente u per interazione con il campo magnetico prodotto dal magnete è pari a $T = k_I \cdot u$. Al moto del cilindretto su cui è montato l'ago, l'inerzia complessiva dei quali è pari a J, si oppongono due molle, ciascuna delle quali offre una coppia elastica proporzionale a θ secondo una costante k_M, e un attrito viscoso complessivo proporzionale alla velocità angolare $\dot{\theta}$ secondo una costante β. Si supponga che l'ago si porti in posizione $\theta = 0$ in assenza di corrente nell'avvolgimento.

1. Si ricavi un modello dinamico del sistema in forma di spazio di stato.

2. Siano $k_I = 0.5$ Nm/A, $k_M = 0.5$ kg·m^2/s^2, $J = 1$ kg/m^2 e $\beta = 1$ kg·m^2/s. Mediante tecniche di posizionamento dei poli, progettare una legge di controllo in grado di regolare la posizione θ su un riferimento costante r generico con errore nullo a regime (anche in presenza di correnti elettriche non misurabili e costanti sovrapposte sull'ingresso u), piazzando i poli ad anello chiuso in -2, $-1 \pm j$.

Esercizio 2 (10 punti)

Discutere le proprietà di osservabilità e rivelabilità del sistema

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1-a^2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1-a \\ 4a \\ -a^2 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 2a-2 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{cases}$$

per $a = -1$, $a = 0$, e $a = 1$. Inoltre per $a = 0$ ed $a = 1$ si dica se gli stati iniziali $x_1 = \left[\begin{smallmatrix} 0 \\ 0 \\ 2a+1 \end{smallmatrix}\right]$ e $x_2 = \left[\begin{smallmatrix} 0 \\ a+1 \\ 2 \end{smallmatrix}\right]$ sono distinguibili dall'origine.

Esercizio 3 (7 punti)

Dato il sistema

$$\begin{cases} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} x(k) \end{cases}$$

partendo da condizione iniziale $x(0)$ nulla dire se (i) lo stato $x = \left[\begin{smallmatrix} -2 \\ 0 \\ -4 \end{smallmatrix}\right]$ è raggiungibile in un passo, (ii) lo stato $x = \left[\begin{smallmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{smallmatrix}\right]$ è raggiungibile in due passi, (iii) lo stato $x = \left[\begin{smallmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{smallmatrix}\right]$ è raggiungibile in tre passi.