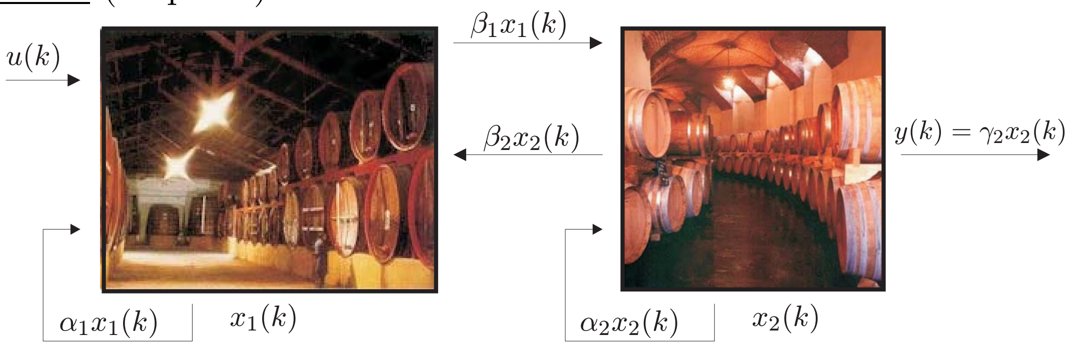
Università degli Studi di Siena

Prof. Alberto Bemporad | 30 Maggio 2003

Compitino di Controllo Digitale

Esercizio 1 (17 punti)



Si consideri un modello di stoccaggio di botti da invecchiamento in cantine, in cui k rappresenta l'anno solare, $x_1(k)$, $x_2(k)$ le quantità di botti stoccate nella cantina #1 e #2, rispettivamente, nell'anno k-esimo, $u(k)$ il numero di botti inserite nella cantina #1 nell'anno k-esimo (o tolte, qualora $u(k) < 0$), $y(k) = \gamma_2 x_2(k)$ la quantità di botti prelevate dalla cantina #2 per l'imbottigliamento e la successiva vendita, $\alpha_1 x_1(k)$ il numero di botti in #1 che rimarranno in #1 nell'anno successivo, $\beta_1 x_1(k)$ il numero di botti che da #1 saranno spostate in #2 nell'anno successivo (con $\alpha_1 + \beta_1 = 1$), $\alpha_2 x_2(k)$ il numero di botti in #2 che rimarranno in #2 nell'anno successivo, $\beta_2 x_2(k)$ il numero di botti che da #2 saranno spostate in #1 (con $\gamma_2 + \alpha_2 + \beta_2 = 1$).

1. Si rappresenti il modello dinamico come sistema in forma di spazio di stato a tempo discreto e, nell'ipotesi in cui $\beta_1 \geq 0$ e α_1, α_2, β_2, $\gamma_2 > 0$, se ne studino le proprietà di raggiungibilità e osservabilità al variare di β_1.

2. Siano $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 = 0.5$, $\beta_2 = 0.2$, $\gamma_2 = 0.3$. Supponendo che all'inizio dell'anno 2003 siano presenti 20 botti in entrambi le cantine, calcolare il numero di botti da inserire durante il 2003 e durante il 2004 in maniera tale che nel 2005 siano presenti 40 botti nella cantina #1 e 30 botti nella cantina #2.

3. Supponendo che durante il generico anno k-esimo vengano rubate un numero imprecisato $d(k)$ di botti dalla cantina #1, progettare un regolatore con azione integrale in maniera tale che la quantità $y(k)$ di botti mandate alla vendita si porti in condizioni di regime su un valore desiderato costante $r(k)$ (considerare i valori dei coefficienti fissati al punto precedente e si pongano i poli ad anello chiuso coincidenti in $z = \frac{1}{2}$).

Esercizio 2 (8 punti)

Discutere le proprietà di osservabilità e rivelabilità del sistema

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 9 & 7 & -3 & 1 \\ 4 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 7 \\ 9 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) \end{cases}$$

e progettare uno stimatore asintotico dello stato tale che i modi di evoluzione dell'errore di stima siano piazzati in $s = -1, -1, -2, -3$.

Esercizio 3 (5 punti)

Dato il sistema

$$\begin{cases} x(k+1) &= \begin{bmatrix} \frac{5}{6} & \frac{1}{3} & \frac{13}{3} \\ -\frac{5}{6} & -\frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} x(k) \end{cases}$$

discutere qual'è il numero minimo di passi necessari per portare lo stato $x(k)$ a zero partendo da una generica condizione iniziale $x(0)$.