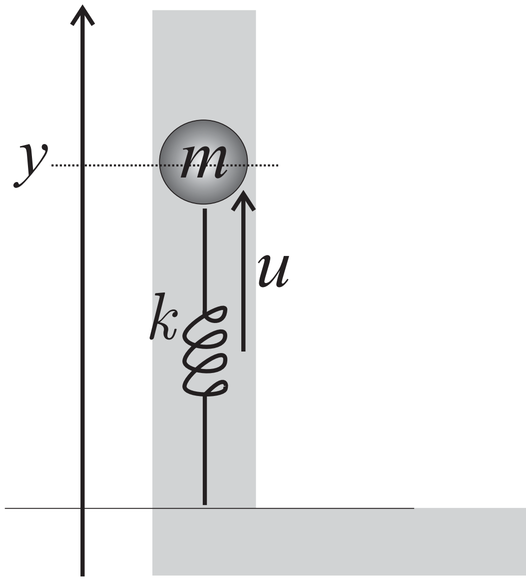
Università degli Studi di Siena

Prof. Alberto Bemporad 3 Ottobre 2002

Compito di Controllo Digitale

Esercizio 1 (13 punti)



Si consideri il sistema rappresentato in figura, costituito da una pallina da ping pong di massa m che si muove all'interno di un condotto verticale, collegata con un elastico di costante k al livello di riferimento. Mediante una pompa si è in grado di immettere aria nel condotto, esercitando una forza u sulla pallina. Questa si muove all'interno del condotto con attrito viscoso di coefficiente β.

1. Trattando la forza di gravità $d = -mg$ come disturbo costante non misurabile, si rappresenti il sistema in forma di spazio di stato, ponendo come variabile di ingresso il segnale $(u + d)$, come variabile di uscita la distanza misurata y, e, mediante introduzione di una azione integrale, ponendo $x = [y \quad \dot{y} \quad \int_0^t y]'$.

2. Si discutano le proprietà di raggiungibilità del sistema risultante al variare di $m > 0$, $\beta \geq 0$, $k \geq 0$.

3. Siano $m = 2$ g, $\beta = 1$ g/s, $k = 2$ g/s^2. Si progetti un controllore in grado di regolare la posizione y della pallina su un'altezza desiderata r, comandando la forza di pressione u generata dalla pompa, utilizzando tecniche di posizionamento dei poli mediante retroazione di y, $\dot{y}$, e $\int_0^t (y - r)$. Si piazzino i poli in -2, $-1 \pm 2j$.

Esercizio 2 (10 punti)

Sia dato il sistema tempo continuo

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -\alpha & 0 & \beta \\ 0 & -\alpha & 1 \\ \beta & -1 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \triangleq Ax(t) + Bu(t) \\ \\ y(t) &= \begin{bmatrix} \alpha & 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) \triangleq Cx(t) \end{cases}$$

1. Discutere al variare dei parametri reali α e β la raggiungibilità, la controllabilità e la stabilizzabilità del sistema.
2. Per $\beta = 1$, determinare se lo stato $x = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$ è raggiungibile dall'origine.

Esercizio 3 (7 punti)

Sia dato il sistema tempo discreto

$$\begin{cases} x(k+1) &= \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \triangleq Ax(k) + Bu(k) \\ \\ y(k) &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) \triangleq Cx(k) \end{cases}$$

Data la sequenza di uscite $y(0) = -1$, $y(1) = 3$, $y(2) = 0$, e la sequenza di ingressi $u(0) = u(1) = u(2) = 0$, determinare, se possibile, la condizione iniziale x_0 del sistema.