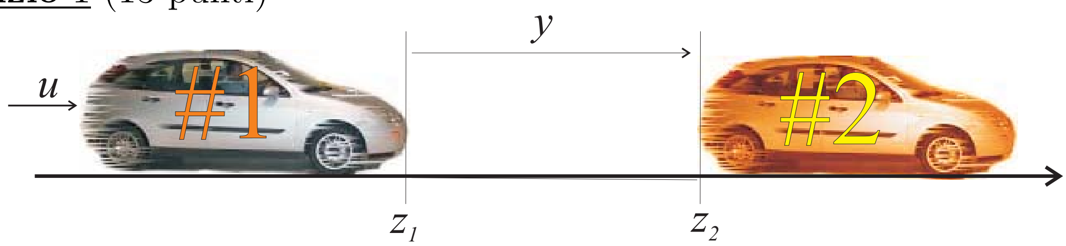
Prof. Alberto Bemporad 17 Settembre 2002

Compito di Controllo Digitale

Esercizio 1 (13 punti)



Si vuole progettare un sistema di *adaptive cruise control (ACC)* da montare a bordo di un autoveicolo, rappresentato in figura come autoveicolo #1. Mediante sonda radar, si è in grado di misurare la distanza $y = z_2 - z_1$ tra l'autoveicolo #2 che precede e l'autoveicolo #1 medesimo. Il sistema deve comandare la forza di trazione u generata dal motore basandosi su tale sensore. Siano m la massa e β il coefficiente di attrito viscoso con l'aria, rispettivamente, dell'autoveicolo #1, e si supponga che l'autoveicolo #2 si muova con velocità costante $\dot{z}_2 = v$.

1. Supponendo che né v né $\dot{z}_1$ siano misurabili e definendo $d = -\beta v$, si rappresenti il sistema in forma di spazio di stato, ponendo come variabile di ingresso il segnale $(u + d)$, come variabile di uscita la distanza misurata y, e, mediante introduzione di una azione integrale, ponendo $x = [\int_0^t y \quad y \quad \dot{y}]'$
2. Si discutano le proprietà di raggiungibilità del sistema risultante al variare di $m > 0$ e $\beta \geq 0$.
3. Siano $m = 1$ t e $\beta = 0.5$ t/s. Si progetti mediante tecniche di posizionamento dei poli una legge di controllo che generi la forza u in modo da garantire la convergenza asintotica di y ad una distanza desiderata costante r impostata dal guidatore, qualsiasi sia la velocità v del veicolo che precede, mediante retroazione di y, $\dot{y}$, e $\int_0^t (y - r)$. Si piazzino i poli in -1.

Esercizio 2 (10 punti)

Sia dato il sistema tempo discreto

$$\begin{cases} x(k+1) = \begin{bmatrix} -\alpha & 0 & 1 \\ 0 & -\alpha & 1 \\ \beta & -\beta & 0 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \triangleq Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} x(k) \triangleq Cx(k) \end{cases}$$

1. Discutere al variare dei parametri reali α e β l'osservabilità, la ricostruibilità e la rivelabilità del sistema.
2. Per $\beta = 0$, determinare se lo stato $x_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$ è indistinguibile dall'origine.

Esercizio 3 (7 punti)

Dati lo stato iniziale $x_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ e lo stato finale $x_f = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$, determinare, se esiste, la sequenza di ingressi *a minima energia* che porta lo stato da x_0 a x_f in 2 passi nei due casi:

$a)$ $x(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} u(k) \triangleq A_1 x(k) + B_1 u(k)$

$b)$ $x(k+1) = \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \triangleq A_2 x(k) + B_2 u(k)$