Prof. Alberto Bemporad

29 Luglio 2002

Compito di Controllo Digitale

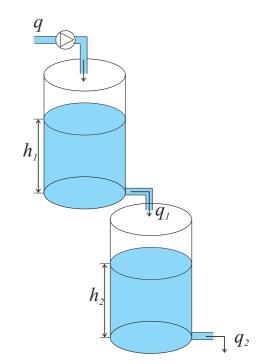
Esercizio 1 (14 punti)

Si consideri il sistema costituito da due serbatoi descritto in figura. La dinamica del livello di liquido in ciascun serbatoio è descritta dalle equazioni

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}h(t) &= -\frac{a\sqrt{2g}}{A}\sqrt{h(t)} + \frac{1}{A}q_{\rm in}(t) \\ q_{\rm out}(t) &= a\sqrt{2g}\sqrt{h(t)} \end{cases}$$

dove h rappresenta il livello di liquido nel serbatoio, $q_{\rm in}$ il flusso in ingresso, $q_{\rm out}$ il flusso in uscita, $A=0.5~{\rm m}^2,~a=0.31944~{\rm m}^2$ rispettivamente la sezione del serbatoio e la sezione di apertura del condotto in uscita, $g=9.8~{\rm m/s}^2$ l'accelerazione di gravità. Con riferimento alla figura, siano $h_1,~h_2$ i livelli di liquido nei serbatoi, q il flusso d'ingresso, $q_1,~q_2$ i flussi di uscita.

- 1. Supponendo che in condizioni nominali la portata di ingresso $q = q_n = 2 \text{ m}^3/\text{s}$, si determinino i livelli h_{1n} , h_{2n} all'equilibrio e si linearizzi il sistema attorno a tali valori di equilibrio.
- 2. Per il sistema linearizzato, si progetti mediante tecniche di posizionamento dei poli un compensatore dinamico che, basandosi sulla misura $y=q_2-q_{2n}$ fornita da un sensore di portata, comandi il flusso di ingresso $u=q-q_{\rm nom}$ in maniera tale da stabilizzare i livelli dei due serbatoi attorno al valore nominale. Si piazzino i poli del regolatore in $-\frac{1}{2}$ e quelli dell'osservatore in -4.
- 3. Si descriva il compensatore come funzione di trasferimento da y a u.



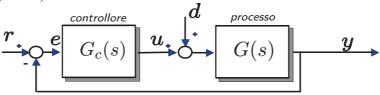
Esercizio 2 (9 punti)

Sia dato il sistema tempo discreto

$$\begin{cases} x(k+1) &= \begin{bmatrix} 1+\alpha^2 & 1 & -2\alpha & 1\\ 0 & 1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & \alpha - \frac{1}{2} & 1\\ 0 & 0 & 0 & \alpha + \frac{1}{2} \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} 0\\ 2\\ 0\\ 0 \end{bmatrix} u(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} -\alpha & 1 & -2\alpha & -4 \end{bmatrix} x(k) \end{cases}$$

Discutere al variare del parametro reale α la raggiungibilità, controllabilità e stabilizzabilità del sistema.

Esercizio 3 (7 punti)



Sia dato il sistema descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{3 - 0.1s}{s(1 + 2s + s^2)}$$

e siano y, u rispettivamente l'uscita e l'ingresso del sistema. Si supponga che sul sistema agisca un disturbo d sommato all'ingresso. Sia dato un regolatore $u = G_c(s)(r - y)$, dove

$$G_c(s) = \frac{68.58s^5 + 163.5s^4 + 403.6s^3 + 687.3s^2 + 479.5s + 102}{(s^3 + 4s)(s^6 + 8.43s^5 + 35.72s^4 + 102.4s^3 + 211.6s^2 + 312.5s + 323.4)}$$

ed r è il segnale di riferimento da inseguire.

Sapendo che il sistema ad anello chiuso è asintoticamente stabile, discutere se è in grado di inseguire un riferimento a rampa r(t) = t e di rimuovere in regime stazionario disturbi sinusoidali $d(t) = \sin(2t)$.